

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

NADA HUMANO ME ES AJENO

COLEGIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN MODELACIÓN MATEMÁTICA

Pronóstico estacional

MEMORIA DE EXPERIENCIA PROFESIONAL

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN MODELACIÓN MATEMÁTICA

P R E S E N T A

HARIN REYNA LÓPEZ

DICTAMINADORES

M. EN C. JUAN CARLOS AGUILAR FRANCO

M. EN I. HÉCTOR RUIZ SORIA

Ciudad de México, julio de 2025.

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

Agradecimiento.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que, a lo largo de este camino laboral y personal, han sido un pilar fundamental en mi desarrollo. Su apoyo, enseñanza y confianza me han permitido avanzar, superar retos y seguir creciendo tanto profesional como personalmente.

Agradezco a quienes han compartido su conocimiento conmigo, guiándome con su experiencia y consejos, así como a aquellos que, con su ejemplo y exigencia, me han desafiado a mejorar continuamente. Gracias por brindarme la oportunidad de aprender, por impulsarme a explorar nuevas perspectivas y por hacer que cada paso en mi carrera estuviera acompañado de aprendizaje y crecimiento.

Este recorrido no solo me ha permitido fortalecer mis habilidades y conocimientos, sino también valorar la importancia de contar con personas que inspiran, apoyan y nos desafían a ser mejores cada día. A todos ustedes, gracias por ser parte de este camino.

Dedicatoria.

Dedico este trabajo a todas aquellas personas que han sido parte fundamental de mi crecimiento y formación. A mi familia, por su apoyo incondicional y guía en cada etapa de mi vida. A mis profesores, tanto de la universidad como del ámbito laboral, por compartir su conocimiento, enseñanzas y valores que han sido clave en mi desarrollo profesional.

Asimismo, dedico este esfuerzo a los momentos de incertidumbre que me desafiaron a encontrar mi camino, a las pérdidas que me enseñaron a seguir adelante con fortaleza y sin temor, y especialmente, a aquellas personas que continúan a mi lado, brindándome su apoyo incondicional, sin importar las decisiones tomadas en este recorrido.

Finalmente, dedico este trabajo a cada estudiante que, a pesar de las dificultades que la vida pueda presentar, sigue adelante con determinación y entrega, siempre dando lo mejor de sí mismo en la búsqueda de sus sueños.

Resumen.

Ser parte del equipo de pronóstico estacional del Servicio Meteorológico Nacional ha sido una experiencia muy valiosa, tanto en lo personal como en mi desarrollo profesional. Al principio, este campo era nuevo para mí y me presentó retos interesantes. Para poder hacer los pronósticos, no solo necesité usar conocimientos de matemáticas, que me ayudaron a entender cómo se hacen los modelos, sino que también fue muy importante aprender sobre meteorología. Aquí, no se trata solo de ver números o resultados, sino de analizarlos para entender qué significan los pronósticos. Podemos tener muchas maneras de interpretar la información, pero lo importante es encontrar la que mejor se ajusta y describa realmente lo que está pasando y comunicarlo de manera clara y sencilla al público en general.

Esta área de trabajo me ha enseñado mucho y me ha dado nuevas herramientas para mi vida laboral y desarrollo personal. Con lo que aprendí en la universidad sobre modelos matemáticos, he podido aplicar mis conocimientos. Aunque todavía estoy aprendiendo, ahora entiendo mejor lo importante de lo aprendido en la universidad de estas áreas, algo que antes no había visto tan claro. A veces, podemos olvidar lo importante que es nuestro trabajo para ayudar a otros, incluso encontrando soluciones a problemas para que la gente pueda tomar mejores decisiones o entender lo que podría suceder. Mi carrera en modelación matemática me ha mostrado muchas posibilidades, no solo en este trabajo, sino también en áreas como la salud. Esta experiencia me ha dado buenos desafíos para crecer profesionalmente y para conocer un lado nuevo de mi carrera que sigo desarrollando hoy en día.

Por otra parte, en el ambiente la **creación de mallas**, que son matrices con los datos que se generan diariamente, semanalmente y mensualmente las cuales contienen las variables más importantes en esta área, como la temperatura y la precipitación, así como datos históricos de sistemas meteorológicos que ayudan a entender los pronósticos estacionales. Estas mallas que nos permiten generar mapas y, de esta manera, analizar una gran cantidad de datos que se muestran de manera más sencilla. Estos mapas también se comparten con personas que no comprenden el proceso para obtenerlos, siendo una forma sencilla de entender los resultados obtenidos por los modelos, para quienes no tienen este conocimiento.

Los modelos matemáticos son muy importantes y, aunque a veces son complejos, son una herramienta que requiere preparación constante. Aunque, los modelos nos dan soluciones, no se trata solo de tener números o respuestas que funcionen en el papel. Es necesario llevar esos números a la realidad, para que expliquen lo que sucede y presenten escenarios que se ajusten a las condiciones del clima, como los pronósticos meteorológicos y estacionales. Estos pronósticos nos ayudan a ver cómo se comporta la atmósfera y eso se refleja en los modelos matemáticos.

Es un área donde no hay profesionales que poseen el perfil académico similar, ya que los profesionales que generan estos modelos son generalmente expertos en ciencias de la atmósfera y aplican su comprensión científica. Sería muy útil que la licenciatura de modelación matemática se aplicara en muchas más áreas, porque no solo podemos aprender de meteorología o salud, sino también de economía, política, temas sociales y otras ramas. Los modelos matemáticos no se usan solo en un campo, sino en muchos.

Por la experiencia que he adquirido y con lo que aprendí en la licenciatura, he podido trabajar en esta área, que me ha dado una nueva perspectiva de mi profesión. No es fácil, porque hay que aprender nuevas cosas cada día para mejorar los modelos matemáticos y así obtener mejores resultados, tanto para pronósticos a corto como a largo plazo. Las personas que usan estos mapas y la información que obtenemos los emplean en su vida cotidiana para realizar una planeación de sus actividades, por ejemplo, para planear desde la siembra hasta un viaje.

La importancia de lo que aprendí en la licenciatura, tanto en matemáticas, estadística, probabilidad, métodos numéricos y programación, así como la capacidad de adaptarme a diferentes áreas, me ha dado la oportunidad de aplicar mis conocimientos. También la programación ayuda a analizar y obtener los pronósticos de manera más rápida y eficiente para poder darlos a conocer, al público en general.

Finalmente, las **verificaciones** de estos datos y de la información que se tiene son importantes porque, si bien los modelos no nos dan una única solución, sí nos muestran un margen de error que se comete, qué tan lejos estuvimos de predecir lo que podría pasar.

Índice general.

Agradecimiento.	I
Dedicatoria.	III
Resumen. IV	
Índice general.....	VI
Índice de figuras.....	IX
Índice de tablas.	XI
Objetivos. XII	
Objetivo general.	XII
Objetivo específico.	XII
1. Introducción.....	1
1.1. Definición del pronóstico estacional o perspectiva.	1
1.2. Relación de la modelación matemática en la predicción climática.	2
1.3. Breve historia de los modelos matemáticos aplicados al clima.	4
2. Fundamentos matemáticos en el pronóstico estacional.	11
2.1. Ecuaciones diferenciales en modelos climáticos.....	11
2.2. Modelos de sistemas dinámicos para describir fenómenos climáticos como ENSO.	13
2.3. Métodos estadísticos: Regresión, análisis de componentes principales (PCA), y Redes Neuronales.	15
3. Modelos matemáticos para el pronóstico estacional.	18

3.1.	Modelos estadísticos.....	18
3.2.	Modelos dinámicos.....	19
3.3.	Modelos híbridos.	21
4.	Métodos numéricos en modelación climática.	22
4.1.	Discretización de ecuaciones diferenciales: Métodos de diferencias finitas y volúmenes finitos.....	22
4.2.	Resoluciones de sistemas lineales y no lineales.....	23
4.3.	Algoritmo de optimización y su uso en ajustes de parámetros.....	23
5.	Aplicación de Big Data y aprendizaje automático.....	26
5.1.	Uso de técnicas de Machine Learning: Redes neuronales, SVM y Random Forest.....	27
5.2.	Manejo de grandes volúmenes de datos climáticos (Big Data).....	35
5.3.	Predicción estacional basada en análisis de patrones históricos.....	36
6.	Validación y verificación de modelos matemáticos.	43
6.1.	Métodos para evaluar la precisión de los pronósticos.	43
6.2.	Índice de Skill (anomalías y correlación).	44
6.3.	Error cuadrático medio (RMSE) y error absoluto medio (MAE).	45
6.4.	Comparación entre modelos dinámicos y estadísticos.....	51
7.	Caso de estudio matemático: Análisis de pronóstico estacional.	55
7.1.	Selección de una región.....	55
8.	Resultados y discusiones.....	60

Desafíos matemáticos en el pronóstico estacional.	60
8.1. Limitaciones computacionales y algoritmos complejos.	60
8.2. Problemas de escala y resolución.	61
9. Conclusiones y futuras direcciones.	62
9.1. Aporte de la modelación matemática al pronóstico estacional.	62
9.2. Propuesta para desarrollar modelos más precisos y eficientes.	62
Referencias bibliográficas.	64

Índice de figuras.

Figura 1. Imágenes donde se muestra lo diferentes áreas ambientales que se requiere prevenir con el pronóstico estacional. (CONAGUA, 2025)	2
Figura 2. Navier-Stokes recuperado (Clay Mathematics Institute, 2025).....	5
Figura 3. (Izquierda) Vilhelm Bjerknes (ESA, 2004). (Derecha) Carl-Gustaf Rossb: (American Institute of Physics, 2025)	6
Figura 4. ENIAC (Viñas, ENIAC, la máquina que venció al tiempo,, 2018)	7
Figura 5. Ejemplo de modelos que se estudia para el medio ambiente (Wikimedia Commons, 2024).....	9
Figura 6. Fase la Niña y El Niño, ENSO. (Follow Climate.gov, 2010)	14
Figura 7. Código para predecir las temperaturas máximas.	31
Figura 8. Máquina de soporte Vectorial (Huijse Heise, 2022).	31
Figura 9. Código con tres parámetros para la precipitación.	34
Figura 10. (superior) Imágenes donde se muestra el seguimiento de los sistemas meteorológicos. (Inferior izquierda) mapa de temperaturas mínimas que se registraron en el surgimiento de dichos sistemas. (Inferior derecha) mapa de precipitación ocurrida en un lapso de tiempo. (CONAGUA, 2025).....	37
Figura 11. Comportamiento de la Oscilación del Ártico Norte. (NOOA, 2025)	39
Figura 12. Muestra el comportamiento de la OA. (UNIVERSITY OF MAINE, 2012–2024)	39
Figura 13. Oscilación de Madden-Julian, sus fases. (Cazatormentas, 2024).....	40

Figura 14. Oscilación de Madden-Julian en su posible comportamiento con respecto a los modelos de sus fases. (NOAA, 2005).....	40
Figura 15. Anomalías de Temperatura Superficial del Mar, (NOAA, 2005)	41
Figura 16. Base de datos del comportamiento de la precipitación por cuenca, por estado y nacional. (CONAGUA, 2025).	42
Figura 17. Mapa de sesgo del pronóstico de precipitaciones y su regresión lineal para evaluar los puntos del pronóstico emitido en el mes de agosto (SMN).	53
Figura 18. Mapas donde se muestran lo observado y lo pronosticado con respecto a la variable de precipitación (SMN).	53
Figura 19. Muestra los datos con respecto al HSS y para determinar qué tan bueno fue el pronóstico con respecto a los datos estadísticos (SMN).	54
Figura 20. Coordenadas geográficas (Wikimedia Commons, 2024).	56
Figura 21. Código donde se observa la región elegida (SMN).	57
Figura 22. Archivo TIFFs para el público en general que replica los mapas de los pronósticos (SMN).	58
Figura 23. Página oficial donde se encuentra el pronóstico estacional para temperaturas. (CONAGUA, 2025).	58
Figura 24. Muestra el pronóstico de manera regional para un territorio específico, este material se proporciona cuándo es solicitado. (SMN)	59
Figura 25. Código donde se obtiene datos como la climatología, lo observado, porcentaje de precipitación y si es un déficit o superávit.	60

Índice de tablas.

Tabla 1. Ejemplo de datos que simulan temperaturas máximas y mínimas.....	30
Tabla 2. Ejemplo de datos observados, predichos y su climatología para temperatura.	
47	
Tabla 3. Ejemplo de datos observados y predichos.....	48
Tabla 4. Ejemplo de datos por día de probabilidad de lluvia y lluvia observada.	49
Tabla 5. Ejempló de datos de temperatura diaria observada, predicha y su error. ...	50
Tabla 6. Ejempló de dato diarios de temperaturas para observado y pronóstico.....	51
Tabla 7. Muestra las ventajas y desventajas de usar los modelos dinámicos y estadísticos.	52

Objetivos.

Objetivo general.

Enseñar un área más de estudio en la que los modelos matemáticos son de suma importancia, para la predicción basada en condiciones meteorológicas.

Objetivo específico.

1. Describir los fundamentos teóricos y prácticos que sustentan los modelos matemáticos utilizados en meteorología para predecir patrones climáticos estacionales.
2. Destacar el papel crucial que desempeñan los modelos matemáticos en la comprensión y predicción de fenómenos climáticos, así como su impacto en la toma de decisiones para prevenir los riesgos climáticos.
3. Explicar las bases matemáticas que respaldan el pronóstico estacional, incluyendo ecuaciones diferenciales, análisis de patrones y métodos estadísticos.
4. Detallar los diferentes tipos de modelos matemáticos que pueden aplicarse para mejorar la precisión y eficiencia en la predicción climática.
5. Identificar campos donde los modelos matemáticos pueden aplicarse para mejorar la precisión y eficiencia de la predicción climática.
6. Analizar algunas de las herramientas tecnológicas como el aprendizaje automático y el Big Data que han transformado el desarrollo y la validación de modelos climáticos.
7. La importancia de los modelos matemáticos en la predicción del clima para la seguridad, planificación y bienestar de la población.

1. Introducción.

Este trabajo ha sido desarrollado con el propósito de ofrecer una visión sobre la aplicación de la meteorología y los modelos matemáticos en el ámbito laboral donde actualmente me encuentro trabajando, “Servicio Meteorológico Nacional”. Su objetivo es destacar la relevancia de la modelación matemática en la toma de decisiones y su impacto en diversas áreas, donde, en conjunto con otras disciplinas, contribuye a la generación de soluciones de gran importancia.

Asimismo, busco compartir el conocimiento adquirido a través de la experiencia profesional sobre el uso de los modelos matemáticos y la aplicación en la toma de decisiones, especialmente en el contexto de la meteorología. En el “Servicio Meteorológico Nacional”, se implementan modelos matemáticos para la elaboración del pronóstico estacional y toma de decisiones que informan sobre los fenómenos meteorológicos. Esta experiencia me permite entender la utilidad y la importancia de los modelos matemáticos en el análisis y predicción de estos fenómenos, así también la mejora de la precisión de los pronósticos.

1.1. Definición del pronóstico estacional o perspectiva.

Una **perspectiva estacional** es una predicción o pronóstico sobre las condiciones meteorológicas que se espera que ocurran durante una temporada específica (como son en las estaciones: otoño, invierno, primavera y verano), generalmente se realiza para un lapso de **tres meses**. Estas perspectivas proporcionan una visión general de las tendencias de temperatura, precipitaciones y otros fenómenos climáticos para un lapso de seis meses, en diferencia a un pronóstico a corto plazo como los diarios o semanales.

El objetivo de una perspectiva estacional es ayudar a planificar actividades que dependen del clima, como la agricultura, la gestión de recursos hídricos, la preparación ante eventos extremos como sequías o inundaciones, y también la planificación en sectores como la energía o el turismo. Se basa en datos estadísticos, modelos climáticos y patrones como ENSO (Current Status, 2010) por mencionar algunos y del cual se hablará posteriormente del tema y como es que influyen en el clima a gran escala.



Figura 1. Imágenes donde se muestra lo diferentes áreas ambientales que se requiere prevenir con el pronóstico estacional. (CONAGUA, 2025)

Estas predicciones no suelen ser detalladas, sino que indican si es más probable que las condiciones sean más cálidas, frías, húmedas o secas en comparación con las condiciones promedio para la temporada. Generar el pronóstico implica el conocimiento de información meteorológica, matemática, geoestadística y actualmente de programación para poder generar el modelado de patrones atmosféricos que se utilizan para dicho pronóstico. En la Figura 1 podemos observar las diferentes áreas en las que la prevención con el pronóstico estación son de suma importancia para la población.

1.2. Relación de la modelación matemática en la predicción climática.

El estudio de la atmósfera y de la meteorología es fundamental para comprender los patrones de comportamiento climático que son utilizados en la modelación matemática aplicada a este ámbito. Este conocimiento abarca tanto el análisis de fenómenos atmosféricos como el desarrollo de modelos climáticos globales, conocidos como modelos de multi-ensambles. (August, 2012)

El rol de los modelos matemáticos en la predicción climática implica analizar y tomar medidas relacionadas a la agricultura, turismo, salud, etc.; donde la población pueda estar preparada a los cambios ambientales y climáticos, como la precipitación y la temperatura, así como de sistemas meteorológicos importantes como ciclones tropicales, frentes fríos y tormentas invernales, etc. Estos modelos permiten observar y predecir los cambios en estas variables esenciales para el equilibrio del sistema climático terrestre.

El comportamiento de la precipitación y las temperaturas influye en la mayor parte de la dinámica atmosférica, ya que estas variables están profundamente relacionadas con las estaciones del año, las cuales rigen los patrones climáticos globales y, en consecuencia, afectan la vida en el planeta.

Los modelos matemáticos de predicción climática también se utilizan para analizar los impactos del cambio climático. Esto incluye fenómenos como el calentamiento global, la pérdida de biodiversidad y el aumento en la emisión de gases de efecto invernadero, los cuales alteran significativamente el equilibrio de la atmósfera y los ecosistemas terrestres. Estas herramientas de análisis que en la ciencia se han implementado permiten observar los panoramas a los que podríamos enfrentarnos bajo diferentes escenarios de comportamiento humano y climático.

Por ejemplo, el calentamiento global ha resultado en temperaturas más altas a nivel del mar, lo que a su vez ha modificado la frecuencia e intensidad de los ciclones tropicales en comparación con años anteriores. Estas alteraciones también se reflejan en la ocurrencia de sequías prolongadas en ciertas regiones, lo que genera pérdidas significativas en las cosechas, afectando tanto la alimentación como la economía de las poblaciones.

Aunque los modelos climáticos no resuelven directamente los problemas causados por el comportamiento humano, sí proporcionan información crucial para comprender los cambios provocados en el sistema climático. Los modelos permiten predecir, por ejemplo, las temperaturas extremas en invierno o primavera, ayudando a mitigar el impacto de fenómenos severos y prevenir pérdidas humanas. Asimismo, en el caso de los ciclones tropicales, los modelos ofrecen pronósticos que permiten anticipar posibles impactos en las regiones afectadas, reduciendo el riesgo de desastres naturales y minimizando las pérdidas de vidas humanas y recursos.

En resumen, los modelos matemáticos son herramientas valiosas para observar, analizar y pronosticar los cambios en el sistema climático. Su desarrollo y aplicación son esenciales para la planificación y la toma de decisiones en respuesta a las adversidades que plantea el cambio climático y sus efectos en los seres vivos que habitan el planeta.

1.3. Breve historia de los modelos matemáticos aplicados al clima.

Los modelos matemáticos aplicados al clima tienen una rica historia que se remonta a varios siglos atrás, con desarrollos que han sido impulsados por avances en matemáticas, física y tecnología informática.

En el siglo XIX, se sentaron las bases para el estudio de los modelos matemáticos aplicados al análisis climático. Este desarrollo comenzó con las ecuaciones de Navier-Stokes (1822), (Mora, 2017) fundamentales para el modelado atmosférico y el estudio de los movimientos de los fluidos. Estas ecuaciones forman un sistema de derivadas parciales no lineales que describe el movimiento de un fluido y cualquier fenómeno que involucre fluidos bajo un análisis newtoniano. Se basan en los principios de conservación de la mecánica y la termodinámica aplicados a un volumen de fluido.

La formulación diferencial de estas ecuaciones es esencial para realizar análisis matemáticos avanzados, incluyendo el estudio de los esfuerzos tangenciales y el gradiente de velocidad, descrito mediante la ley de viscosidad de Newton. Esta formulación diferencial permite abordar problemas complejos de una manera más práctica y matemática, siendo un pilar en la evolución de los modelos atmosféricos.

Otra contribución clave en esta época fue la Ley de Stefan-Boltzmann (1879), (Universidad de València, 2004) que establece la relación entre la temperatura y la radiación térmica emitida por un cuerpo negro. Este descubrimiento sentó las bases para comprender el balance energético de la Tierra, estableciendo vínculos fundamentales entre la densidad de energía radiada y el espacio que la contiene.

El avance en el estudio del balance energético global que tuvo un hito importante en 1896 con los trabajos de Svante Arrhenius, (L., 2001), un físico y químico sueco galardonado con el Premio Nobel de Química por su teoría de la disolución electrolítica. Arrhenius, junto con otros científicos, intentó desarrollar teorías físicas que conectaran fenómenos relacionados con los océanos, la atmósfera y la Tierra.

En sus investigaciones, Arrhenius abordó el efecto invernadero, publicando en The Philosophical Magazine el primer modelo climático que vinculaba el dióxido de carbono (CO_2) atmosférico con las variaciones de temperatura global. Su regla general indicaba que, si la cantidad de CO_2 aumentaba o disminuía en progresión geométrica, la

temperatura lo haría en progresión aritmética. A partir de cálculos basados en procesos naturales y modelos abstractos, estimó que la quema de combustibles fósiles como fuente de CO_2 atmosférico podría duplicar su concentración en un plazo de 500 años, lo que llevaría a un aumento de temperatura de 3 a 4 °C.

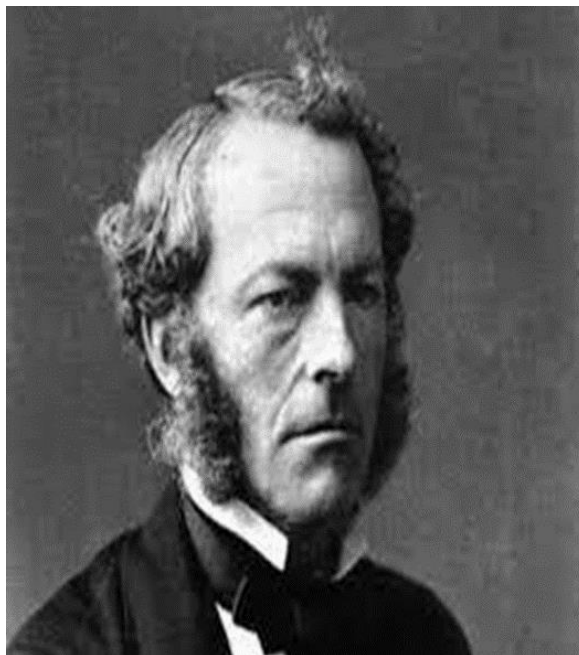


Figura 2. Navier-Stokes recuperado (Clay Mathematics Institute, 2025).

Este modelo fue el primero en analizar cuantitativamente el impacto de la actividad industrial sobre el calentamiento global. Los cálculos de Arrhenius marcaron un paso crucial para comprender los cambios climáticos y su relación con las actividades humanas, sentando las bases para los modelos climáticos modernos que actualmente permiten anticipar los efectos del cambio climático.

En el siglo XX, la predicción climática comenzó a tomar mayor relevancia, destacando en 1922 la primera predicción meteorológica realizada por Lewis Fry Richardson, science, (Visionlearning, 2000-2025), físico y psicólogo británico. Richardson fue pionero en aplicar técnicas matemáticas para predecir el clima con mayor precisión, contribuyendo significativamente a la teoría del cálculo y al estudio de la difusión, también conocida como el movimiento térmico aleatorio de moléculas y partículas pequeñas. Propuso un método basado en ecuaciones diferenciales para prever el clima, pero este proceso resultaba extremadamente lento debido a la falta de tecnología computacional.

Entre las décadas de 1920 y 1930, se avanzó en la teoría de la circulación general gracias a investigadores como Vilhelm Bjerknes y Carl-Gustaf Rossby. Bjerknes, Manuel Palomares C. (Palomares Calderón, 2009), considerado uno de los padres de la meteorología moderna, y Rossby, conocido por sus aportes a la dinámica de fluidos, profundizaron en la comprensión de los patrones de circulación atmosférica. Rossby introdujo un enfoque novedoso hacia la hidrodinámica de fluidos clásicos, en el que la densidad de un fluido dependía únicamente de la presión. Posteriormente, junto con Bjerknes, se reconoció que otras variables, como la temperatura y la composición de los fluidos, también influyen en la densidad.



Figura 3. (Izquierda) Vilhelm Bjerknes (ESA, 2004). (Derecha) Carl-Gustaf Rossby: (American Institute of Physics, 2025)

Bjerknes publicó el trabajo titulado “Circulación relativa a la Tierra”, (Palomares C., 2012), donde desarrolló una formulación clásica del teorema de la circulación aplicada a la atmósfera. Este trabajo incorporó los efectos de la rotación terrestre y el rozamiento con la superficie, marcando un gran avance en la comprensión de los patrones de circulación atmosférica.

El año 1950 fue crucial gracias a la revolución computacional. Durante este periodo, Jule Charney, John von Neumann y otros científicos desarrollaron el primer modelo meteorológico operativo utilizando la computadora ENIAC (Viñas, ENIAC, la máquina que venció al tiempo, 2018). Este modelo numérico fue considerablemente más eficiente y preciso que las predicciones realizadas manualmente por Richardson décadas antes (Viñas, El sueño de Richardson, 2017).

Para este modelo operativo, se utilizó una propuesta de Carl-Gustaf Rossby que limitaba el movimiento del aire al plano horizontal, simplificando así los cálculos. La región de predicción abarcaba toda América del Norte, incluyendo una parte del Pacífico al oeste y una amplia porción del Atlántico al este. Este modelo meteorológico representó un avance significativo en la precisión y velocidad de las predicciones, impulsado por la programación y el creciente conocimiento en meteorología.

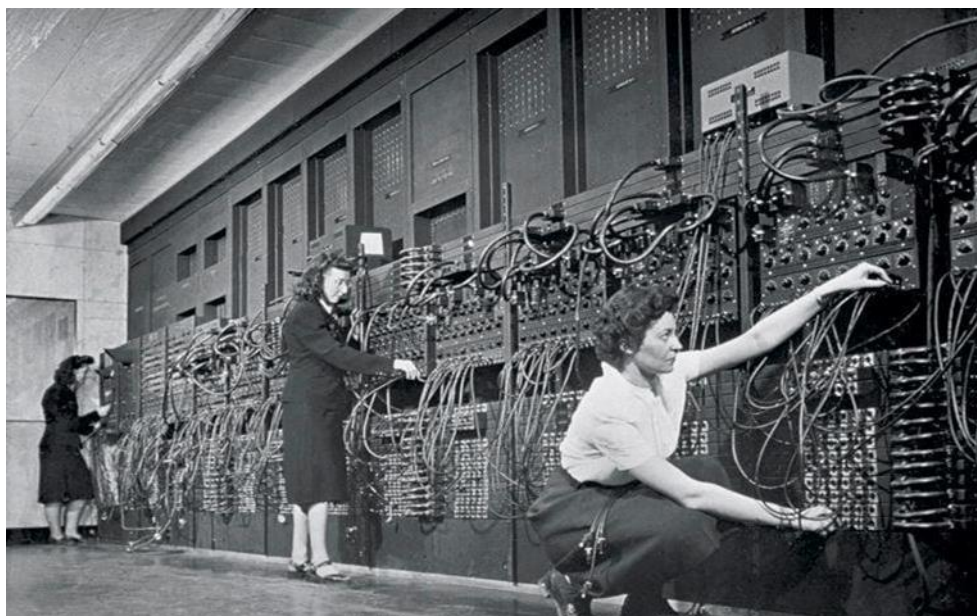


Figura 4. ENIAC (Viñas, ENIAC, la máquina que venció al tiempo,, 2018)

El desarrollo de este modelo numérico marcó un cambio paradigmático en la ciencia del clima, estableciendo las bases para las predicciones modernas y demostrando el potencial de las computadoras en el estudio y pronóstico de los fenómenos atmosféricos.

Otro avance fundamental fue el concepto del caos y la sensibilidad al estado inicial, introducido por Edward Lorenz, Rafael Barzanallana, (Barzanallana, 2016), matemático y meteorólogo, en la década de 1960. Lorenz descubrió el famoso “efecto mariposa”, demostrando que pequeñas diferencias en las condiciones iniciales pueden generar cambios significativos en el clima. Este hallazgo evidenció que, en un sistema no determinista, mínimas alteraciones pueden llevar a consecuencias completamente divergentes.

El principio de la teoría del caos se basa en que una pequeña perturbación inicial, amplificada a través de un proceso no lineal, puede generar un impacto considerable

a corto y mediano plazo. Fenómenos como el movimiento desordenado de los astros, el desplazamiento del plancton en los océanos, los retrasos en los vuelos o la sincronización de las neuronas, son ejemplos de sistemas caóticos o dinámicos no lineales. Esto significa que dichos sistemas que no obedecen relaciones estrictamente proporcionales, sino que su comportamiento es altamente sensible a sus condiciones iniciales.

La teoría del caos y el efecto mariposa nos enseñan que el universo, como sistema caótico pero flexible, es esencialmente impredecible. Lorenz consideró que las condiciones atmosféricas son un caso paradigmático de este tipo de sistemas, ya que nunca se puede conocer con precisión absoluta el estado inicial. En consecuencia, incluso una variación mínima al inicio puede provocar alteraciones significativas en el comportamiento climático a corto y mediano plazo (Julián, 1893)

En la década de 1990, el desarrollo de los modelos climáticos avanzó significativamente con la introducción de modelos acoplados atmósfera-océano. Estos modelos lograron combinar de manera efectiva la atmósfera, los océanos y la criosfera, permitiendo simulaciones más precisas de fenómenos complejos como El Niño.

La interacción entre la atmósfera y los océanos se volvió crucial, ya que el comportamiento de uno no puede entenderse sin considerar al otro. Esto dio lugar a un enfoque integrado que involucra múltiples procesos climáticos acoplados.

La base de estos modelos es una malla tridimensional que representa matemáticamente los procesos físicos involucrados dentro de cada sistema y entre ellos. Esta malla cubre tanto la superficie terrestre como la atmósfera, dividiendo la primera en pequeñas celdas que determinan la resolución espacial de los modelos. A mayor cantidad de celdas o menor tamaño de estas, mayor es la resolución y precisión de las simulaciones.

Con el avance de las tecnologías computacionales, se logró mejorar la resolución espacial de los modelos climáticos. Las computadoras más rápidas permitieron trabajar con mallas más finas, lo que hizo posible representar fenómenos regionales con mayor detalle.

Los modelos de alta resolución y adaptación regional son conocidos en el siglo XXI, el desarrollo de modelos climáticos avanzados y sus aplicaciones se han diversificado.

Estos incluyen:

Modelos de Circulación General (GCM).

Los GCM son modelos completos y detallados, diseñados para simular la circulación atmosférica y oceánica a nivel global. Consideran interacciones complejas entre la atmósfera, los océanos, la tierra y el hielo. Se utilizan principalmente para predicciones climáticas a largo plazo, como el análisis de los efectos del cambio climático.

Modelos Regionales del Clima (RCM).

Los RCM son altamente detallados, pero se aplican a regiones específicas. Estos modelos son fundamentales para obtener pronósticos más precisos en áreas particulares que los GCM no pueden detallar, como estudios locales o nacionales sobre el impacto del cambio climático o eventos extremos, como huracanes y ondas de calor.

Modelos de Escala Intermedia.

Estos modelos se centran en estudiar interacciones específicas dentro del sistema climático, como los ciclos del carbono, el comportamiento de las capas de hielo o los patrones de vegetación.

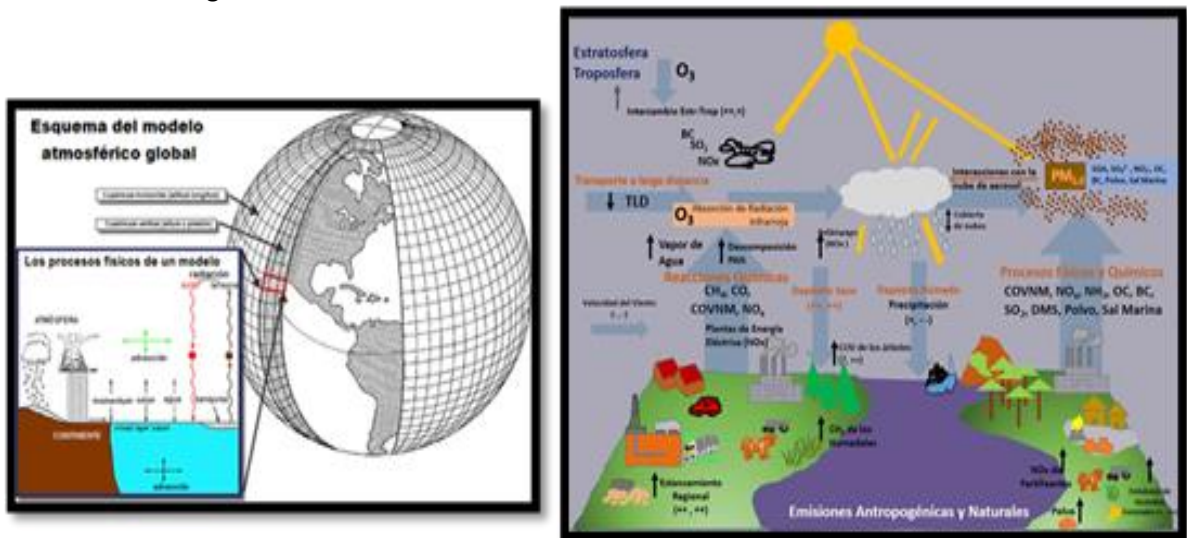


Figura 5. Ejemplo de modelos que se estudia para el medio ambiente (Wikimedia Commons, 2024).

Modelos Simplificados o de Caja (Box Models).

Los Box Models son conceptuales y simplificados, dividiendo el planeta en zonas o “cajas” para calcular el intercambio de energía entre ellas. Aunque no son tan detallados como los GCM, son útiles para entender principios básicos del clima.

Estos avances han permitido abordar fenómenos climáticos complejos y evaluar el impacto del cambio climático a nivel global, regional y local.

2. Fundamentos matemáticos en el pronóstico estacional.

2.1. Ecuaciones diferenciales en modelos climáticos.

Como se mencionó anteriormente para el pronóstico estacional se basa en principios matemáticos sólidos, con las ecuaciones diferenciales como una herramienta fundamental para modelar los procesos dinámicos de la atmósfera, océanos y otros componentes del sistema climático. Estas ecuaciones permiten describir cómo varían en el tiempo y el espacio, como la temperatura, presión, humedad y velocidad del viento.

La **ecuación de Navier-Stoke** es el pilar de la dinámica de fluidos y esta se aplica directamente al estudio de la atmósfera y los océanos. Estas ecuaciones diferenciales parciales no lineales describen el movimiento de los fluidos bajo la influencia de una fuerza como la presión, la gravedad y la fricción.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\rho^{-1} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}$$

Donde:

$\vec{u}$: Velocidad del fluido

t : Tiempo

ρ : Densidad del fluido

P : Presión

ν : Viscosidad

$\vec{f}$: Fuerza externa (como la fuerza de Coriolis en la atmósfera)

También, otra ecuación que se implementa, es la **ecuación de continuidad**, la que asegura la conservación de la masa en el sistema climático donde implica que la masa de un sistema no cambia con el tiempo salvo que haya un flujo hacia dentro o fuera del sistema. Se ocupa para modelar el flujo de aire y agua, considerando los intercambios que se tiene entre la atmósfera y los océanos.

Es de suma importancia esta ecuación ya que modela correctamente el transporte de energía, humedad y otros componentes en la atmósfera y en los océanos, permitiendo

la simulación con precisión fenómenos como tormentas, ciclones, corrientes oceánicas y la circulación global de la atmósfera y océanos.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

Donde:

ρ : Densidad del fluido

$\frac{\partial \rho}{\partial t}$: Tasa de cambio temporal de la densidad de un punto fijo. Indicando la variación de la masa por unidad de volumen en respecto al tiempo.

$\vec{u}$: Velocidad del fluido

$\nabla \cdot (\rho \vec{u})$: Divergencia del flujo de masa, que mide como la densidad y la velocidad del fluido varían en el espacio.

La **ecuación de energía** es otra que también se implementa, la cual representa la energía recibida y emitida por el sistema climático en esta, se describe cómo se conserva y distribuye la energía en la atmósfera, los océanos y la superficie terrestre. Esta ecuación es primordial para entender los procesos como el calentamiento global, la redistribución de calor y el equilibrio radiactivo

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \frac{Q}{\rho C_p} + \text{disipación}$$

Donde:

T : Temperatura

Q : Fuente de calor (radiación solar o radiación infrarroja)

C_p : Capacidad calorífica a presión constante

Y por último la **ecuación del estado**, la cual es un componente clave para la modelación climática, ya que proporciona una relación entre la presión (P), la densidad (ρ) y la temperatura (T) de un gas, lo que permite que cierre el sistema de ecuaciones que describe el comportamiento de la atmósfera.

$$P = \rho RT$$

Donde:

P : Presión del gas

ρ : Densidad del gas

R : Constante específica del gas

T : Temperatura absoluta del gas

Con esta ecuación podemos describir el cambio de la presión, la densidad y la temperatura en la atmósfera bajo diferentes condiciones. Al tener todo el sistema de ecuaciones definidas y que se utilizan junto con las ecuaciones de movimiento, continuidad y energía se podrá resolver el comportamiento del sistema atmosférico.

2.2. Modelos de sistemas dinámicos para describir fenómenos climáticos como ENSO.

El fenómeno conocido como **El Niño-Southern Oscillation** (ENSO, por sus siglas en inglés) es uno de los eventos climáticos más estudiados debido a su significativo impacto en el clima global. ENSO describe las fluctuaciones periódicas entre las condiciones cálidas, conocidas como **El Niño**, y las condiciones frías, denominadas **La Niña**, que ocurren en el océano Pacífico ecuatorial. Estas fluctuaciones se acompañan de cambios en la presión atmosférica en la región tropical, lo que provoca alteraciones climáticas en diversas partes del mundo. se puede observar en la Figura 6 las fases de este fenómeno ENSO.

La comprensión y predicción del ENSO se realiza mediante modelos dinámicos que simulan y analizan la interacción entre el océano y la atmósfera. Estos modelos se basan en ecuaciones fundamentales de la física, como la conservación de la masa, la conservación del momento, la conservación de la energía y la ecuación de estado.

Los modelos simples relacionados con ENSO.

Existen modelos más simples que también contribuyen al estudio del ENSO, entre los que destacan los **modelos de ondas de Kelvin y Rossby**, Marcelo Barreiro,

(Palomares C., 2012). Estos modelos explican la perturbación de la **termoclina**—la capa que separa las aguas cálidas de las frías en el océano.

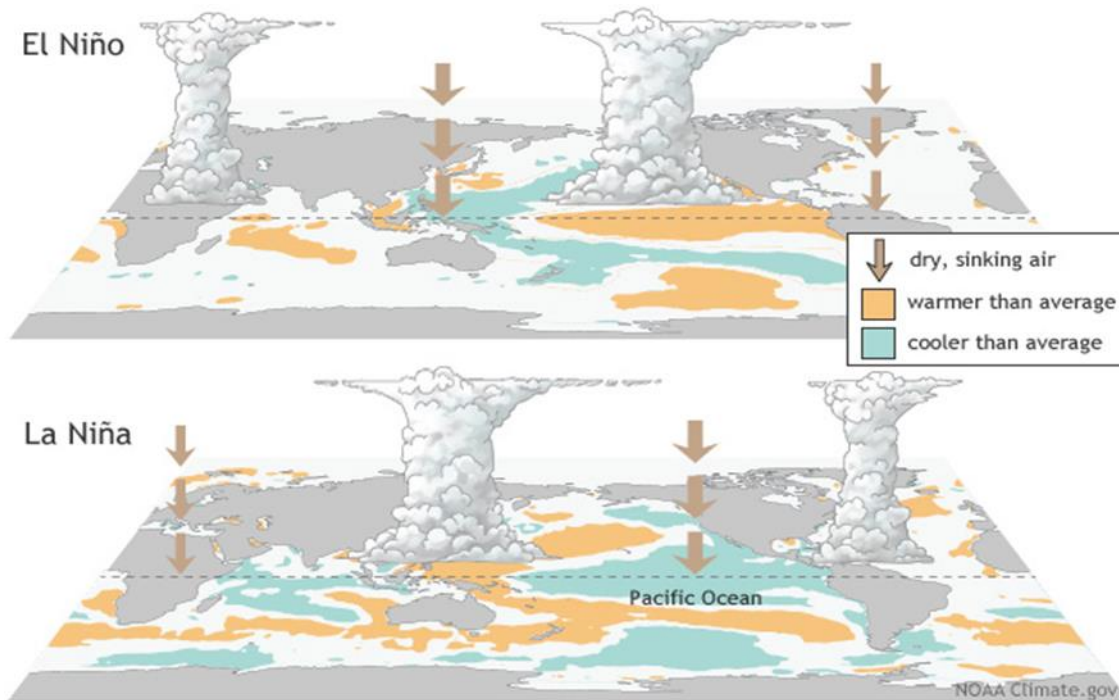


Figura 6. Fase la Niña y El Niño, ENSO. (Follow Climate.gov, 2010)

Otro modelo fundamental es el **modelo de retroalimentación de Bjerknes**, (Mendoza Cruz, 2019), que describe la interacción positiva entre las anomalías de la **temperatura de la superficie del mar (SST)** y los **vientos alisios**. Este mecanismo amplifica las fluctuaciones del ENSO: las anomalías cálidas de la SST refuerzan los vientos alisios, lo que a su vez intensifica el calentamiento oceánico.

Modelo Zebiak-Cane.

Uno de los modelos más influyentes en la comprensión del ENSO es el **modelo Zebiak-Cane**, (Mesa, Smith, Salazar, & Carvajal, 1995), desarrollado en la década de 1980. Este fue uno de los primeros modelos acoplados océano-atmósfera, diseñado específicamente para simular las interacciones entre el océano y la atmósfera en el Pacífico ecuatorial. El modelo Zebiak-Cane ha permitido realizar predicciones tempranas del ENSO y ha sido la base para desarrollar modelos climáticos más avanzados.

La predicción precisa del ENSO es esencial debido a sus efectos en patrones climáticos globales. El fenómeno está asociado con eventos extremos, como sequías,

inundaciones y huracanes, que afectan sectores clave como la agricultura, la pesca y la seguridad hídrica. Por ello, el desarrollo continuo de modelos climáticos y su mejora son fundamentales para mitigar los impactos socioeconómicos y ambientales de este fenómeno.

También se emplean **modelos numéricos**, como los **modelos acoplados atmósfera-océano** y los **modelos de asimilación de datos**, que combinan observaciones con simulaciones dinámicas (Mesa, Smith, Salazar, & Carvajal, 1995). Estos últimos permiten mejorar significativamente la predicción del fenómeno ENSO al integrar información observacional en tiempo real con los resultados generados por los modelos, logrando así una representación más precisa de la interacción entre el océano y la atmósfera.

2.3. Métodos estadísticos: Regresión, análisis de componentes principales (PCA), y Redes Neuronales.

Estos métodos estadísticos desempeñan un papel crucial en el análisis y modelación de datos climáticos, los cuales permiten estudiar relaciones entre las variables (precipitación y temperaturas), reduciendo la densidad de los conjuntos de datos y así realizar los pronósticos basados en los conjuntos de datos históricos.

Regresión: Método matemático el cual modela la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes. Lo cual sirve para identificar patrones, así como hacer predicciones y evaluar la influencia de factores climáticos.

La Regresión lineal simple se utiliza para relacionar la variable dependiente con una independiente.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

Donde:

y : Variable dependiente (ej. Precipitación)

x : Variable independiente (Temperatura)

β_0, β_1 : Coeficiente de regresión

ε : Error residual

La Regresión múltiple modelo que incluye múltiples variables independientes

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n + \varepsilon$$

Así como también la regresión no lineal.

Aplicando estos modelos al clima, es posible predecir temperaturas a partir de factores como la **latitud** y la **altitud**, así como analizar la relación entre el fenómeno de **El Niño** y las **precipitaciones en regiones específicas**. Además, permiten realizar un análisis de tendencias a largo plazo en variables climáticas, como el **aumento de la temperatura global**.

El **análisis de componentes principales (PCA)** se utiliza para la **reducción de dimensionalidad**, transformando un conjunto de variables posiblemente correlacionadas en un nuevo conjunto de variables no correlacionadas, denominadas **componentes principales**. Estos se calculan a partir de los **autovalores** y **autovectores** de la matriz de covarianza o correlación. El primer componente principal explica las nuevas variabilidades que se genera a partir de los datos originales, mientras que los componentes siguientes explican porciones decrecientes de dicha variabilidad.

El PCA se aplica ampliamente en el análisis de **oscilaciones climáticas**, como la **Oscilación del Atlántico Norte (NAO)**, la **Oscilación de Madden-Julian** y la ya mencionada **ENSO**. Este método facilita la reducción de grandes conjuntos de datos, como las temperaturas de la superficie del mar (**SST**) y las precipitaciones, permitiendo un análisis más manejable. Además, ayuda a identificar **regiones climáticas similares** basadas en variables como la temperatura y la precipitación, lo que resulta útil para evaluar los **impactos globales** de estos patrones climáticos.

Las **redes neuronales** también se utilizan como **métodos estadísticos**. Estos son modelos computacionales inspirados en el funcionamiento del cerebro humano, diseñados para identificar **patrones complejos** en grandes volúmenes de datos. Son especialmente útiles en la resolución de problemas **no lineales** y altamente **interdependientes**.

En el campo climático, se emplean diferentes tipos de redes neuronales, entre las que destacan:

- **Redes neuronales feedforward:** Procesan los datos de entrada hacia la salida sin retroalimentación, siendo útiles para problemas donde no se requiere memoria del sistema.
- **Redes neuronales recurrentes (RNN):** Ideales para el análisis de **series de tiempo climáticas**, ya que calculan dependencias temporales naturales en los datos.
- **Redes neuronales convolucionales (CNN):** Diseñadas para analizar **datos espaciales**, como las imágenes satelitales, facilitando la detección de patrones espaciales en datos climáticos.

Estas redes han demostrado ser herramientas poderosas para la **predicción** y el **análisis** en meteorología y climatología, permitiendo prever variables como **temperaturas**, **precipitaciones** y **eventos extremos**. Además, facilitan la **identificación de fenómenos climáticos** como **ciclones tropicales**, **frentes fríos** y **áreas de alta presión**, contribuyendo significativamente a la **mitigación de riesgos climáticos** y a una mejor comprensión de los patrones atmosféricos.

La combinación de métodos matemáticos y modelos computacionales han sido clave para entender mejor el sistema climático. Lo que permitió con estas herramientas simular y predecir el comportamiento del clima y la atmósfera, facilitando la identificación de patrones en el cambio climático.

3. Modelos matemáticos para el pronóstico estacional.

3.1. Modelos estadísticos.

Estos modelos son los Métodos de interpolación y análisis de regresión múltiple, como se mencionó anteriormente.

Los métodos de interpolación utilizados en este campo de estudio son fundamentales para estimar valores climáticos en puntos no muestreados a partir de datos conocidos. La **interpolación lineal** es uno de los métodos más sencillos y consiste en estimar una relación lineal entre puntos conocidos. Sin embargo, debido a su simplicidad, a menudo no logra capturar la complejidad de las variables climáticas. Por otro lado, el método conocido como **kriging** (Developers, 2024). Es una técnica geostatística que considera la estructura espacial de la variable mediante un **variograma**. Este método es ampliamente utilizado en climatología por su capacidad para generar mapas de alta precisión, particularmente para variables como la precipitación.

Otro método común es el **IDW (Inverse Distance Weighting)**, (Developers, 2024), que asigna mayor peso a los puntos más cercanos, disminuyendo la influencia de los más lejanos. Este enfoque resulta especialmente útil cuando los datos presentan una distribución espacial uniforme. Finalmente, el método de **Spline** se basa en el ajuste de una curva suave que pasa por los puntos conocidos, siendo ideal para obtener una representación continua y fluida de los fenómenos climáticos.

Estos métodos permiten la generación de **mapas climáticos detallados**, como **isoyetas** (líneas de igual precipitación) y estimaciones de **temperaturas en regiones remotas**, incluso en áreas donde no existen estaciones meteorológicas cercanas.

El **análisis de regresión múltiple** permite modelar la relación entre una **variable dependiente** (como la precipitación) y **múltiples variables independientes** (como temperatura, altitud y latitud). Anteriormente se explicó el concepto de regresión múltiple, destacando su utilidad en el modelado de **precipitaciones** en función de diversas **variables topográficas y meteorológicas**. Este enfoque resulta valioso para identificar patrones y entender cómo diferentes factores influyen en la variabilidad espacial y temporal de las precipitaciones.

3.2. Modelos dinámicos.

Estos modelos se basan en la resolución de un conjunto de **ecuaciones diferenciales parciales no lineales**, que describen la evolución de variables fundamentales como la velocidad, presión, temperatura y densidad en el sistema climático. Anteriormente se mencionaron las ecuaciones diferenciales que constituyen la base de estos modelos, entre ellas: la **ecuación de continuidad**, la **ecuación del momento**, la **ecuación de la energía**, la **ecuación de estado** y la **ecuación de humedad** (aplicada a la atmósfera).

Este conjunto de ecuaciones permite representar de manera detallada, el comportamiento del sistema climático en un **esquema tridimensional**, donde se integran las interacciones entre la atmósfera, el océano y la superficie terrestre, proporcionando una descripción completa y dinámica del sistema climático global.

El sistema dinámico en una región del espacio tridimensional está compuesto de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, (Continuidad)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\rho^{-1} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, (Momento)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \frac{Q}{\rho C_p} + \text{disipación}, (Energía)$$

$$P = \rho R T, (Estado)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla q = S_q, (Conservación de humedad para la atmósfera)$$

Donde estas ecuaciones forman la base para simular dinámicamente el sistema climático.

Por lo que, los métodos numéricos para la resolución de modelos climáticos usados son los siguientes:

- **Discretización en Espacio y Tiempo.**

$$\text{Malla: } x_i = i\Delta x, \quad t_n = n\Delta t$$

La cual es solucionada por medio de una grilla (malla o rejilla) regular o irregular.

- **Método de diferencias finitas (FDM).**

Aproximación de derivadas:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}, (\text{derivada espacial})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t}, (\text{derivada temporal})$$

El cual se utiliza para aproximar mediante derivadas en ecuaciones diferenciales, discretizando el dominio en puntos específicos. Las derivadas parciales son remplazadas por cocientes diferenciales finitos, de lo cual se tiene como:

Derivada espacial: Donde se calcula el cambio en u entre dos puntos consecutivos en el espacio.

Derivada temporal: Donde se medirá el cambio en u entre dos instantes de tiempo consecutivos.

Con lo cual este método hace que se convierta las ecuaciones diferenciales en sistema algebraicos que pueden resolverse numéricamente.

- **Método de elementos finitos (FEM).**

Método que se basa en dividir el dominio Ω en subdominios Ω_e llamados elementos, dentro de cada elemento, se aproxima la solución mediante una combinación lineal de funciones base $\phi_i(x)$.

$$u(x) \approx \sum_i u_i \phi_i(x)$$

Donde u_i son los coeficientes asociados a los nodos del elemento y $\phi_i(x)$ son las funciones base que describen cómo varía la solución dentro del elemento. Este método permite resolver problemas complejos al descomponerlos en pequeñas regiones y aplicar soluciones locales que luego se ensamblan en el dominio completo.

- **Esquemas explícitos e implícitos.**

Son las técnicas para resolver ecuaciones diferenciales en el tiempo, donde se calcula el valor de la solución en el siguiente instante de tiempo:

Esquema explícito se calculará el valor futuro de una variable (u^{n+1}) directamente a partir de los valores actuales (u^n). Son sencillos, aunque requieren pequeños espacios de tiempo para que se pueda mantener la estabilidad.

Esquema implícito involucra el valor futuro (u^{n+1}) en el cálculo, se requiere que se resuelva un sistema de ecuaciones en cada paso. Esto hace que sea más estable y permite usar pasos de tiempo mayores, lo que hace que sean métodos caros computacionalmente.

3.3. Modelos híbridos.

Estos modelos integran las fortalezas de los enfoques estadísticos y dinámicos para mejorar la precisión de las predicciones climáticas

Con la combinación de los modelos estadísticos se puede identificar patrones históricos y las relaciones entre variables; con los modelos dinámicos representamos procesos físicos del sistema climáticos. Además, permiten identificar las componentes cíclicas de la serie de datos, lo cual es esencial para comprender las variaciones periódicas como las estaciones o fenómenos. Al combinar ambos enfoques, se pueden corregir sesgos y mejorar las predicciones.

Por lo que los modelos híbridos potencian el análisis y la predicción de la climatología, aprovechando tanto datos históricos como simulaciones físicas.

4. Métodos numéricos en modelación climática.

4.1. Discretización de ecuaciones diferenciales: Métodos de diferencias finitas y volúmenes finitos.

La discretización es el proceso de transformar ecuaciones diferenciales continuas en sistemas discretos que pueden ser resueltos numéricamente, por lo que se tiene dos métodos importantes.

Método de diferencias finitas, donde se aproxima las derivadas mediante las diferencias entre valores que se tienen en los puntos de una malla.

Por lo cual se tiene una derivada parcial de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

Para una derivada parcial de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

Este método se utiliza en simulaciones de dinámica de fluidos, modelación del clima y análisis de sistemas físicos.

El método de volumen finito consiste en dividir el dominio en volúmenes de control, integrando las ecuaciones diferenciales sobre cada volumen.

$$\int_{vol} \nabla \cdot F dV = \int_{superficie} F n dA$$

F : Campo vectorial

n : Vector normal de la superficie

dA : Elemento diferencial de área

dV : Elemento diferencial de volumen

∇F : Divergencia de un campo vectorial F

Este método sirve para conservar propiedades físicas como masa y energía.

4.2. Resoluciones de sistemas lineales y no lineales.

En modelación climática, la discretización genera sistemas de ecuaciones que deben resolverse iterativamente como son:

Sistemas Lineales, el cual es representado como matrices $Ax = b$ donde A es la matriz de coeficientes, x el vector de incógnitas y b el vector independiente.

Por los cuales se puede ocupar los métodos comunes que son eliminación de Gauss, LU y el gradiente conjugado.

Los **Sistemas no Lineales**, requiere linealización mediante métodos como: Newton-Raphson, donde se encontrarán las raíces de funciones, tanto en una variable como en sistemas de ecuaciones no lineales

$$x_{k+1} = x_k - J^{-1}F(x_k)$$

x_k : Aproximación actual de la solución.

x_{k+1} : Nueva aproximación.

$F(x_k)$: Función vectorial.

J : Matriz Jacobina (son las derivadas parciales de las funciones componentes de $F(x)$).

4.3. Algoritmo de optimización y su uso en ajustes de parámetros.

Para este tema se observará el enfoque en los métodos de optimización para ajustar parámetros como lo es el gradiente descendiente y la optimización por mínimos cuadrados.

Se basa en búsquedas de valores que minimicen una función de error entre datos observados y simulados, como lo es el método de gradiente descendiente. Esta técnica de optimización iterativa es ampliamente utilizada en aprendizajes automático y estadística para minimizar una función objetivo, buscando así reducir el error en las predicciones estacionales $J(\theta)$ y encontrar los valores óptimos de los parámetros θ que hace que la función $J(\theta)$ sea lo más pequeña.

La ecuación del gradiente descendiente es la siguiente:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \alpha \nabla J(\theta_k)$$

Donde:

θ_k : El vector de parámetros en la k – ésima iteración.

$J(\theta)$: La función de costo que mide cuán lejos están los valores actuales de los parámetros θ de la solución óptima (ej. Podría ser el error cuadrático medio).

$\nabla J(\theta_k)$: Gradiente de la función de costo con respecto a θ en la iteración actual k . Indica la dirección de la pendiente más pronunciada (donde $J(\theta)$ crece más rápidamente).

α : Tasa de aprendizaje o el paso de actualización. Controlando cuánto se ajustan los parámetros en cada iteración. Donde si α es muy grande, el método no podría converger y si es muy pequeño la convergencia podría ser muy lenta.

El método de gradiente descendente se basa en la idea de que, para minimizar una función, es necesario moverse en la dirección opuesta a su gradiente, ya que este señala la dirección de mayor incremento de la función.

Es fundamental entender que el gradiente indica como una función $J(\theta)$ cambia con respecto a θ , y el paso de actualización ajusta los valores de θ para disminuir el valor de la función $J(\theta)$.

Entre sus principales ventajas destacan su simplicidad, facilidad de implementación y capacidad para escalar a problemas de gran tamaño.

No obstante, también presenta desventajas: es sensible a la elección de α (tasa de aprendizaje), puede quedarse atrapado en mínimos locales y puede converger de manera lenta si $J(\theta)$ tiene una estructura compleja.

Llevándonos, así a la optimización por mínimos cuadrados es un efecto ampliamente utilizado para ajustar parámetros en modelos matemáticos minimizando el error entre los datos observados y los valores simulados.

La ecuación general de mínimos cuadrados es la siguiente:

$$\min \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i; \theta))^2$$

y_i : Valores observados (datos reales).

$f(x_i; \theta)$: Modelo matemático que depende de los parámetros θ .

N : Número total de observaciones.

El objetivo es encontrar el conjunto de parámetros θ que minimice la suma de los cuadrados de la diferencia $y_i - f(x_i; \theta)$, conocidas como residuos.

De esta manera la importancia para los modelos climáticos es el ajuste de modelos que simulan y analizan fenómenos climáticos complejos como el Modelo de Circulación General (GCM) y los Modelos Regionales del Clima (RCM).

El método de mínimos cuadrados asegura que los modelos ajustados representan la tendencia que se observa en los datos reales, lo que ayuda para obtener predicciones confiables y útiles en la toma de decisiones climáticas.

5. Aplicación de Big Data y aprendizaje automatico.

La aplicación de **Big Data** ha revolucionado el estudio y análisis del clima, permitiendo abordar problemas complejos con grandes volúmenes de datos y una mayor precisión en las predicciones.

El uso de Big Data en la ciencia climática facilita el acceso a datos provenientes de observaciones satelitales, estaciones meteorológicas, modelos climáticos y sensores. Estos datos tienen características distintivas: un volumen masivo, una alta velocidad de generación y una gran variedad de formatos.

Entre las aplicaciones destacadas se encuentran la detección de patrones climáticos a largo plazo, el monitoreo en tiempo real de eventos extremos como huracanes y tormentas, así como la integración de múltiples fuentes para mejorar la resolución espacial y temporal.

En cuanto al **aprendizaje automático** (Arana, 2021) aplicado al clima, este se basa en varias técnicas:

- **Regresión:** Predicción de temperaturas, precipitaciones y niveles de contaminación.
- **Clasificación:** Identificación de eventos extremos como ciclones y sequías.
- **Redes neuronales:** Reconocimiento de patrones complejos en datos climáticos.
- **Modelos no supervisados:** Agrupamiento de zonas climáticas y análisis de anomalías.
- Estas técnicas se utilizan en diversas aplicaciones:
- **Predicción del clima:** Modelos avanzados que combinan datos históricos y en tiempo real.
- **Análisis de eventos extremos:** Simulaciones precisas que permiten anticipar impactos.
- **Optimización de modelos climáticos:** Ajuste de parámetros para mejorar las simulaciones.

Entre las principales ventajas destacan la mejora en la precisión de las predicciones, la capacidad de procesar grandes volúmenes de datos en menos tiempo y la

identificación de correlaciones y patrones que no son evidentes para el análisis humano.

Sin embargo, existen desafíos, como la necesidad de una infraestructura computacional avanzada, la calidad y consistencia de los datos, y la interpretación de los modelos, especialmente en el caso de las redes neuronales.

La integración de Big Data y el aprendizaje automático es crucial para mejorar la comprensión y gestión de los desafíos climáticos actuales, con aplicaciones clave en la predicción, mitigación y adaptación al cambio climático.

5.1. Uso de técnicas de Machine Learning: Redes neuronales, SVM y Random Forest.

El uso de las técnicas de machine learning se refiere al campo de la inteligencia artificial, permite que las computadoras aprendan y tomen decisiones basadas en dato, sin necesidad de programación explícitamente.

Las **Redes Neuronales** se definen como una función compuesta que transforma los datos de entrada en una salida deseada mediante capas interconectadas de neuronas. Donde, la red neuronal mediante el enfoque matemático se ve de la siguiente manera, cada neurona realiza una operación matemática básica, la fórmula general:

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b$$

Donde:

x_i : Será la entrada de la neurona

w_i : Pesos asociados a cada entrada

b : Sesgo

z : Suma ponderada de las entradas

a : Salida de una neurona.

La salida de la neurona (a). Se obtiene al aplicar una función de activación la cual será la encargada de activar o desactivar dichas neuronas de la red neuronal, Esta dependerá de la información que recibirá. Lo que, en otras palabras, dará la indicación si dicha neurona podrá transmitir la señal hacia adelante en la red o no, la cual se basará en el resultado matemático.

Algunos ejemplos de funciones de activación:

$$1. \phi(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$2. \phi(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$$

Dando así el paso para el cálculo de una capa. Para una capa con m neuronas, el vector de salida es calculado:

$$a = \phi(Wx + b)$$

Donde:

W : Es la matriz de pesos de dimensión $m \times n$.

x : El vector de entrada de dimensión n .

b : El vector de sesgo de dimensión m .

ϕ : Se aplica de forma elemental por el elemento al vector resultante.

Esto permitió la transformación de los datos originales en representaciones más útiles para resolver problema, como la clasificación de imágenes o la predicción de valores numéricos. Además, facilita el aprendizaje de relaciones complejas entre las entradas y las salidas, generando la salida de una capa que se utilizara para la siguiente. Este proceso se conoce como la propagación hacia adelante.

Llegando a la **propagación hacia adelante**. En una red con L capas, la salida de cada capa se pasa como entrada a la siguiente:

$$a^{(l)} = \phi(W^{(l)}a^{(l-1)} + b^{(l)})$$

Donde:

l : es el índice de la capa actual.

$a^{(l-1)}$: es el vector de la salida de la capa anterior.

$W^{(l)}$ y $b^{(l)}$: son los pesos y sesgos de la capa l .

Dando así la salida final de la red ($\hat{y}$), que es calculada en la última capa L .

$$\hat{y} = a^{(L)}$$

Llevando a la función de pérdida $J(\theta)$ la que mide qué tan lejos está la salida predicha $\hat{y}$ de la salida real y . El ejemplo más común será el **Error Cuadrático Medio (MSE)**:

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2$$

Donde:

N : Número de muestra.

$\hat{y}_i$: Salida predicha para la muestra i .

y_i : Valor real para la muestra i .

Se pudo ver la diferencia entre las predicciones del modelo y valores reales o esperados. Evaluando que tan lejos está el modelo de la solución correcta.

Dando paso a la **propagación hacia atrás** para ajustar los parámetros $\theta = \{W, b\}$, se utilizará el gradiente descendiente:

$$\theta \leftarrow \theta - \alpha \nabla J(\theta)$$

Donde:

α : Tasa de aprendizaje.

$\nabla J(\theta)$: Gradiente de la función de pérdida con respecto a θ .

La que nos ayude a ajustar el descenso de los parámetros del modelo y minimiza el error, permitiendo que el modelo aprenda a hacer mejores predicciones.

Recordando que el gradiente es calculado mediante la regla de la cadena. Teniendo esto, se actualizarán los parámetros.

Esto se repetirá hasta que la función de pérdida alcance un valor mínimo aceptable o se cumpla un criterio de convergencia.

Supongamos que se tiene ciertas temperaturas de ejemplo, como se muestra en la siguiente Tabla 1.

T_{max}^{t-2}	T_{max}^{t-1}	T_{min}^{t-1}	T_{max}^t
32	33	25	34
33	34	26	35
34	35	27	36

Tabla 1. Ejemplo de datos que simulan temperaturas máximas y mínimas.

T_{max}^{t-2} : Temperatura máxima hace dos días.

T_{max}^{t-1} : Temperatura máxima del día anterior.

T_{min}^{t-1} : Temperatura mínima del día anterior.

T_{max}^t : Temperatura máxima actual.

El objetivo será predecir la temperatura máxima siguiente T_{max}^{t+1} . Por lo cual, para facilitar y que sea más rápido el proceso se realizó un programa en Spyder (entorno de desarrollo integrado de Python para escribir, editar y crear código) donde se puede generar esta predicción como se puede notar en la Figura 7, que muestra un código que tiene datos de entrada y datos de salida para predecir las temperaturas siguientes.

Aunque aquí no se manejan las temperaturas que se tienen en las estaciones de observación correspondiente al día, se presenta un ejemplo simplificado con datos.

```

1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Created on Thu Jan 16 16:38:41 2025
4
5  @author: harin
6  """
7
8  from sklearn.neural_network import MLPRegressor
9  import numpy as np
10
11 # Datos de entrada y salida
12 X = np.array([[32, 33, 25],
13              [33, 34, 26],
14              [34, 35, 27]]) # Entradas: T_max(t-1), T_max(t), T_min(t)
15 y = np.array([34, 35, 36]) # Salidas: T_max(t+1)
16
17 # Crear y entrenar la red neuronal
18 model = MLPRegressor(hidden_layer_sizes=(4,), activation='relu', max_iter=1000,
19                      model.fit(X, y)
20
21 # Predicción
22 pred = model.predict([[33, 34, 26]])
23 print(f"Predicción de T_max(t+1): {pred[0]:.2f}")
24

```

Variable Explorer:

Name	Type	Size	Value
model	neural_network._multilayer_perceptron.MLPRegressor	1	MLPRegressor object of sklearn
pred	Array of float64	(1,)	[34.93103284]
X	Array of int32	(3, 3)	[[32 33 25] [33 34 26] [34 35 27]]

Console:

```

Python 3.11.7 | packaged by Anaconda, Inc. | (main, Dec 15 2023, 18:05:47) [MSC v.1916 64 bit (AMD64)]
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
IPython 8.20.0 -- An enhanced Interactive Python.

In [4]: runfile('C:/Users/harin/untitled0.py', wdir='C:/Users/harin')
Predicción de T_max(t+1): 34.93

In [2]:

```

Figura 7. Código para predecir las temperaturas máximas.

SVM (Máquina de Soporte Vectorial)

El modelo de aprendizaje, Pablo Huijse Heise, (2022), supervisado se utiliza para tareas de clasificación y regresión. Su objetivo principal es encontrar el **hiperplano óptimo** que separe los datos en diferentes clases de manera efectiva. Este hiperplano Figura 8, ubicado en un espacio multidimensional, divide los datos en clases maximizando la distancia entre los puntos más cercanos de cada clase y el hiperplano. A estos puntos clave, que determinan la posición del hiperplano, se les denomina **vectores de soporte**.

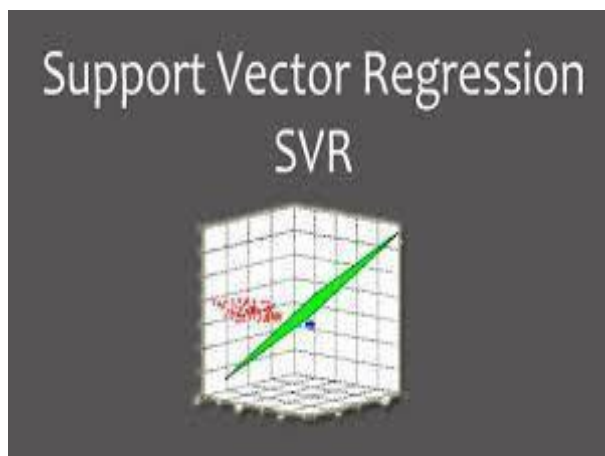


Figura 8. Máquina de soporte Vectorial (Huijse Heise, 2022).

La ecuación del hiperplano en un espacio de características se define como:

$$w \cdot x + b = 0$$

Donde:

w : Vector de pesos.

x : Vector de características (Entradas).

b : Sesgo.

Llevándolo a la parte en donde se clasificara un punto x_i , en la cual la SVM utiliza la siguiente regla de decisión:

$$y = \text{sgn}(w \cdot x_i + b)$$

Si $y = +1$, el punto pertenece a una clase

Si $y = -1$, el punto pertenece a la otra clase.

Se minimiza el Margen, el cual es la distancia entre el hiperplano y los vectores de soporte. El enfoque, es que todos los puntos de datos deben caer exactamente sobre el hiperplano de regresión, sin ningún margen para el error. El objetivo de SVM es minimizar este margen lo que llevará a resolver la siguiente ecuación:

$$\min_w \frac{1}{2} \|w\|^2$$

Sujeto a las restricciones de la clasificación correcta:

$$y_i(w \cdot x_i + b) \geq 1, \forall i$$

Este problema se resuelve utilizando multiplicadores de Lagrange. Donde también es posible manejar casos de datos no linealmente separables mediante el **truco del kernel**, una técnica que proyecta los datos a un espacio de mayor dimensión utilizando funciones **kernels**. Un kernel permite calcular productos internos en este espacio

transformado sin necesidad de realizar explícitamente la transformación, optimizando el cálculo. Esta herramienta destaca por su enfoque matemático y su capacidad para manejar tanto datos lineales como no lineales con gran precisión, adaptándose a diversos problemas de clasificación y regresión.

Random Forest

Es el modelo de aprendizaje supervisado basado en árboles de decisiones, (Arana, 2021), utilizado para clasificación como para regresión. Es un método de ensamble combina múltiples árboles de decisión para mejorar la precisión y reducir el riesgo de sobreajuste.

Durante su entrenamiento, se construyen varios árboles de decisiones y sus predicciones se combinan de la siguiente manera: en clasificación, se elige la clase más predicha por los árboles y en regresión, se calcula el promedio de sus predicciones.

La construcción del random forest principalmente es para realizar el muestreo, donde se seleccionan subconjuntos aleatorios del conjunto de datos con reemplazo para entrenar cada árbol, lo que significa que algunos datos se podrían repetir dentro de un subconjunto.

Dando paso a la división aleatoria en cada Nodo, para cada nodo en un árbol, en lugar de considerar todas las características, se selecciona un subconjunto aleatorio de dichas características. Lo que introducirá la diversidad entre los árboles, evitando correlaciones fuertes entre ellos.

Cada árbol de decisión se entrenará utilizando uno de los subconjuntos de datos. De lo cual los árboles se desarrollan hasta el nivel máximo permitido o hasta que se cumplan los criterios de parada. Para así, llegar a la agregación de resultados para un problema de clasificación, se realiza una elección entre los árboles y para la regresión se calculará el promedio de las predicciones.

Esto aplicado en Spyder (el entorno desarrollado integrado de Python), en la Figura 9 se muestra un código el cual tiene un conjunto de datos meteorológicos con las siguientes características:

Datos de entrada (X).

Temperatura máxima (Tem_max).

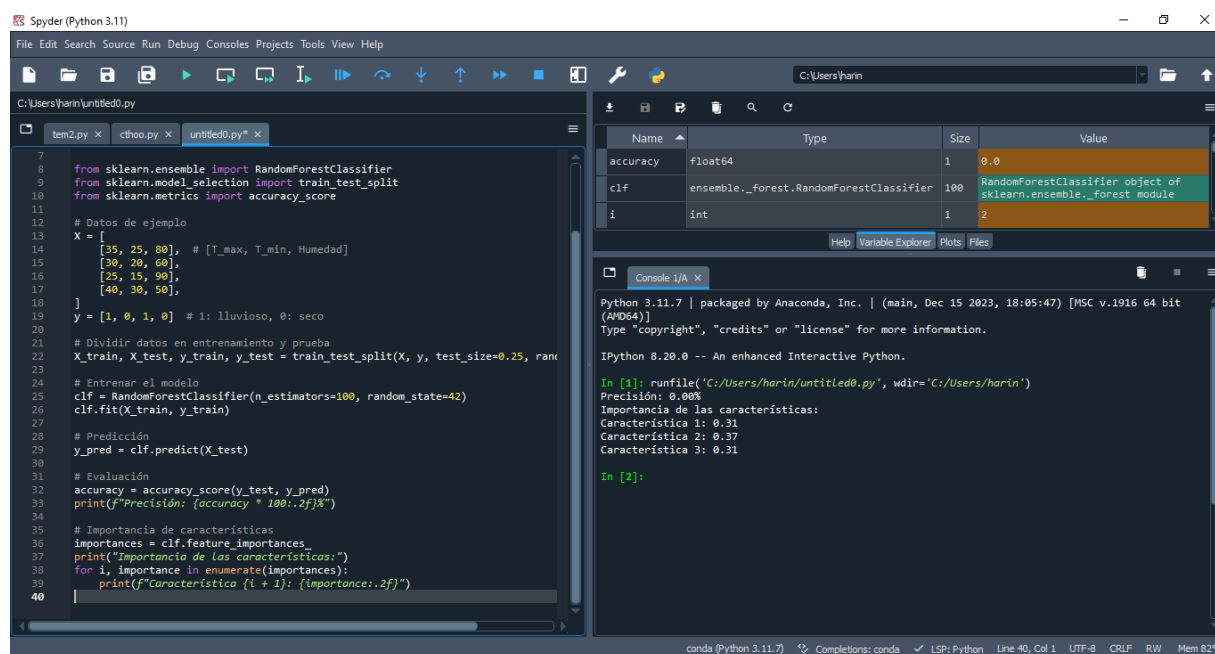
Temperatura mínima (Tem_min).

Humedad (H).

Los datos de salida (Y).

1 día lluvioso.

0 día seco.



The screenshot shows the Spyder Python IDE interface. The code editor on the left contains a Python script that uses sklearn to train and evaluate a RandomForestClassifier. The script defines a dataset X with three features (T_max, T_min, Humedad) and a target variable y (1 for rainy, 0 for dry). It splits the data, trains the model, and prints the accuracy and feature importances.

```
7 from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
8 from sklearn.model_selection import train_test_split
9 from sklearn.metrics import accuracy_score
10
11 # Datos de ejemplo
12 X = [
13     [35, 25, 80], # [T_max, T_min, Humedad]
14     [30, 20, 60],
15     [25, 15, 90],
16     [40, 30, 50],
17 ]
18 y = [1, 0, 1, 0] # 1: lluvioso, 0: seco
19
20 # Dividir datos en entrenamiento y prueba
21 X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.25, random_state=42)
22
23 # Entrenar el modelo
24 clf = RandomForestClassifier(n_estimators=100, random_state=42)
25 clf.fit(X_train, y_train)
26
27 # Predicción
28 y_pred = clf.predict(X_test)
29
30 # Evaluación
31 accuracy = accuracy_score(y_test, y_pred)
32 print(f"Precisión: {accuracy * 100:.2f}%")
33
34 # Importancia de características
35 importances = clf.feature_importances_
36 print("Importancia de las características:")
37 for i, importance in enumerate(importances):
38     print(f"Característica {i + 1}: {importance:.2f}")
39
40
```

The Variable Explorer on the right shows the variables defined in the script:

Name	Type	Size	Value
accuracy	float64	1	0.0
clf	ensemble._forest.RandomForestClassifier	100	RandomForestClassifier object of sklearn.ensemble._forest module
i	int	1	2

The Console on the bottom right shows the output of the script:

```
Python 3.11.7 | packaged by Anaconda, Inc. | (main, Dec 15 2023, 18:05:47) [MSC v.1916 64 bit (AMD64)]
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.

In [1]: runfile('C:/Users/harin/untitled0.py', wdir='C:/Users/harin')
Precisión: 0.00%
Importancia de las características:
Característica 1: 0.31
Característica 2: 0.37
Característica 3: 0.31

In [2]:
```

Figura 9. Código con tres parámetros para la precipitación.

En el código proporcionado, se muestra un modelo que predice la probabilidad de lluvias (precipitaciones) para un rango de 4 días basado en tres características

meteorológicas: temperaturas máximas, temperaturas mínimas y humedad de los días anteriores.

El modelo es útil para realizar pronósticos a corto plazo con datos diarios, ya que utiliza estas condiciones meteorológicas como entrada para estimar si es probable que llueva o no. Además, el análisis de la **importancia de las características** permite identificar qué tan influyentes son cada una de las variables en las decisiones del modelo. Por ejemplo, podemos observar en la Figura 9 qué peso tiene cada característica (temperatura máxima, mínima y humedad) al determinar si será un día lluvioso o seco.

Este ejemplo ilustra cómo entrenar un modelo de clasificación en un entorno controlado con datos simples, siendo una herramienta útil para entender los factores meteorológicos más relevantes que influyen en la ocurrencia de precipitaciones.

5.2. Manejo de grandes volúmenes de datos climáticos (Big Data).

El manejar una gran cantidad de datos climatológicos se volvió algo muy esencial en la meteorología, climatología y ciencias ambientales, ya que esto permite analizar, el procesas y modelar datos masivos para comprender fenómenos climáticos, el pronóstico de eventos extremos y también el poder diseñar nuevas estrategias mitigación y adaptación al cambio climático.

Entre las principales fuentes de datos climáticos que se manejan son:

- **Satélites meteorológicos:** Genera imágenes y datos de variables como temperatura, humedad, nubosidad y vientos.
- **Las estaciones meteorológicas:** encargadas de recopilar información a nivel terrestre de manera continua.
- **Los modelos climáticos globales y regionales:** simulan el clima pasado, presente y futuro basándose en física y matemáticas.
- **Sensores remotos:** Captura datos desde drones, aviones o sensores en campo.
- **Redes de circulación científica:** Datos proporcionados por aplicaciones móviles y dispositivos personales.

Los datos meteorológicos son enormes y acumulativos, cada simulación climática global genera terabytes de datos, con esta información se realiza en tiempo real o más bien casi en tiempo real para los pronósticos a corto plazo y oportunos.

Los datos utilizados pueden ser **estructurados**, organizados en tablas, o **no estructurados**, como imágenes satelitales o videos de radares. Por ello, es fundamental validar y corregir errores en los datos para garantizar la precisión de los análisis.

Python es una de las herramientas más utilizadas para este propósito, ya que facilita el manejo y procesamiento de datos mediante diversas librerías como **Pandas**, **GeoPandas** y **MySQL**, entre otras, que optimizan la eficiencia del análisis. Además, otros lenguajes de programación como Spyder, y Rstudio también se emplean en este campo para complementar el procesamiento de datos.

5.3. Predicción estacional basada en análisis de patrones históricos.

La **predicción estacional basada en el análisis de patrones históricos** es una metodología que permite estimar las condiciones climáticas futuras a partir de registros climáticos pasados. Su enfoque se basa en datos de un período de 30 años, conocido como **climatología**, el cual fue estipulado por la Organización Meteorológica Mundial (Organización Meteorológica Mundial, 2024) que es una agencia especializada de las Naciones Unidas encargada de coordinar los esfuerzos internacionales en meteorología y climatología, donde se establece que un periodo de 30 años es suficiente para obtener un promedio representativo del clima de una región y revela patrones recurrentes influenciados por diversos factores, como la circulación atmosférica, la temperatura del océano, la radiación solar y la variabilidad climática natural. En la Figura 10 se puede observar imágenes que se emiten al público para poder llevar un análisis de patrones históricos.

Este método forma parte del análisis de tendencias a largo plazo de variables meteorológicas como la **temperatura media (máximas y mínimas)**, la **precipitación acumulada**, la **presión atmosférica**, la **humedad relativa** y **fenómenos climáticos extremos** (ondas de calor, sequías y huracanes). A través de este análisis, es posible

identificar variaciones estacionales y multianuales que permiten realizar predicciones sobre el comportamiento esperado del clima.

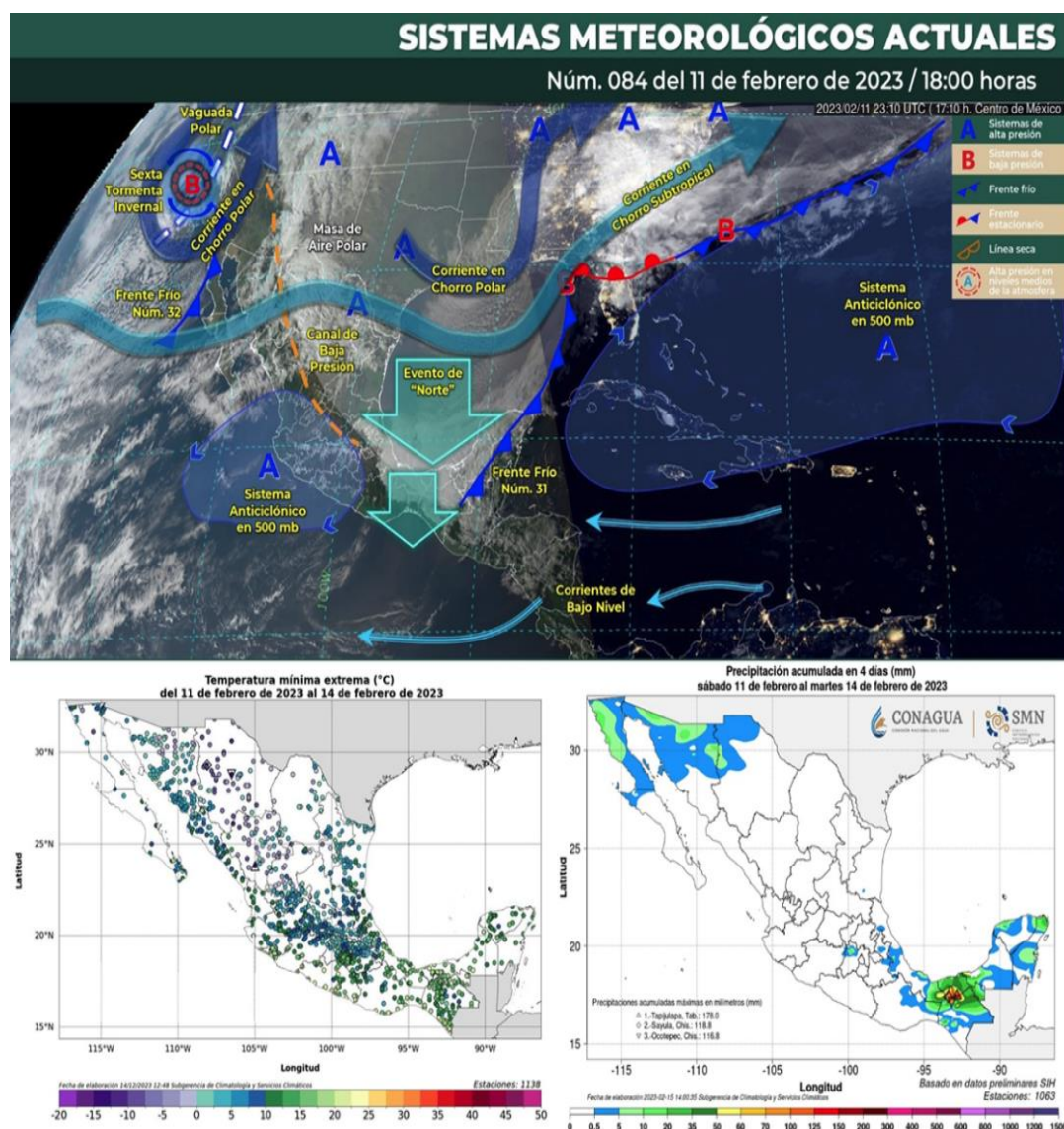


Figura 10. (superior) Imágenes donde se muestra el seguimiento de los sistemas meteorológicos. (Inferior izquierda) mapa de temperaturas mínimas que se registraron en el surgimiento de dichos sistemas. (Inferior derecha) mapa de precipitación ocurrida en un lapso de tiempo. (CONAGUA, 2025).

Entre las técnicas estadísticas y matemáticas empleadas, destaca el **análisis de series temporales**, que permite modelar la evolución de una variable climática a lo largo del tiempo. Este enfoque reduce la influencia de las fluctuaciones de corto plazo (de 5 a 7 días) en los datos, permitiendo identificar las tendencias a largo plazo y descomponer la serie en tres componentes principales: **tendencia, estacionalidad y**

ciclonica. Este procedimiento es especialmente útil para el pronóstico de **precipitaciones**, ya que esta variable suele experimentar cambios significativos en su comportamiento.

Para la **temperatura**, se ha observado una alta eficiencia en los pronósticos generados mediante el modelo **ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average)**. Este modelo estadístico predice valores futuros en función de observaciones pasadas, lo que resulta especialmente eficaz en el caso de la temperatura, ya que su variabilidad es menos abrupta en comparación con la precipitación. Debido a esta estabilidad, los pronósticos de temperatura son más constantes y muestran una mayor precisión sin cambios bruscos en las estimaciones.

La relación con los **fenómenos climáticos globales** nos lleva al análisis de patrones históricos, el cual se complementa con el estudio de eventos climáticos que afectan la **variabilidad estacional**, como la **Oscilación del Sur (ENSO)** que se muestra en la Figura 11 y 12, la **Oscilación de Madden-Julian (MJO)** se muestra en la Figura 13 y 14, la **Oscilación del Ártico Norte (NAO)**, los **monzones** y los **patrones de circulación atmosférica** previamente mencionados.

El conocimiento de estos fenómenos permite **ajustar los modelos predictivos y mejorar la precisión de las estimaciones climáticas estacionales**, proporcionando un marco más completo para la predicción del clima a largo plazo.

La **predicción estacional basada en el análisis de patrones históricos** tiene múltiples aplicaciones en diversos sectores. En la **gestión de recursos hídricos**, permite optimizar el uso de presas y sistemas de riego. Para la **planificación agrícola**, facilita la determinación de los períodos óptimos de siembra y cosecha. En la **prevención de desastres naturales**, contribuye a la emisión de alertas tempranas ante sequías, huracanes e inundaciones. En cuanto a la **generación de energía**, mejora la predicción de variables climáticas que afectan la producción hidroeléctrica, solar y eólica. Finalmente, en el ámbito de la **salud pública**, ayuda en la prevención de brotes de enfermedades relacionadas con el clima, como el dengue, la malaria y los golpes de calor.

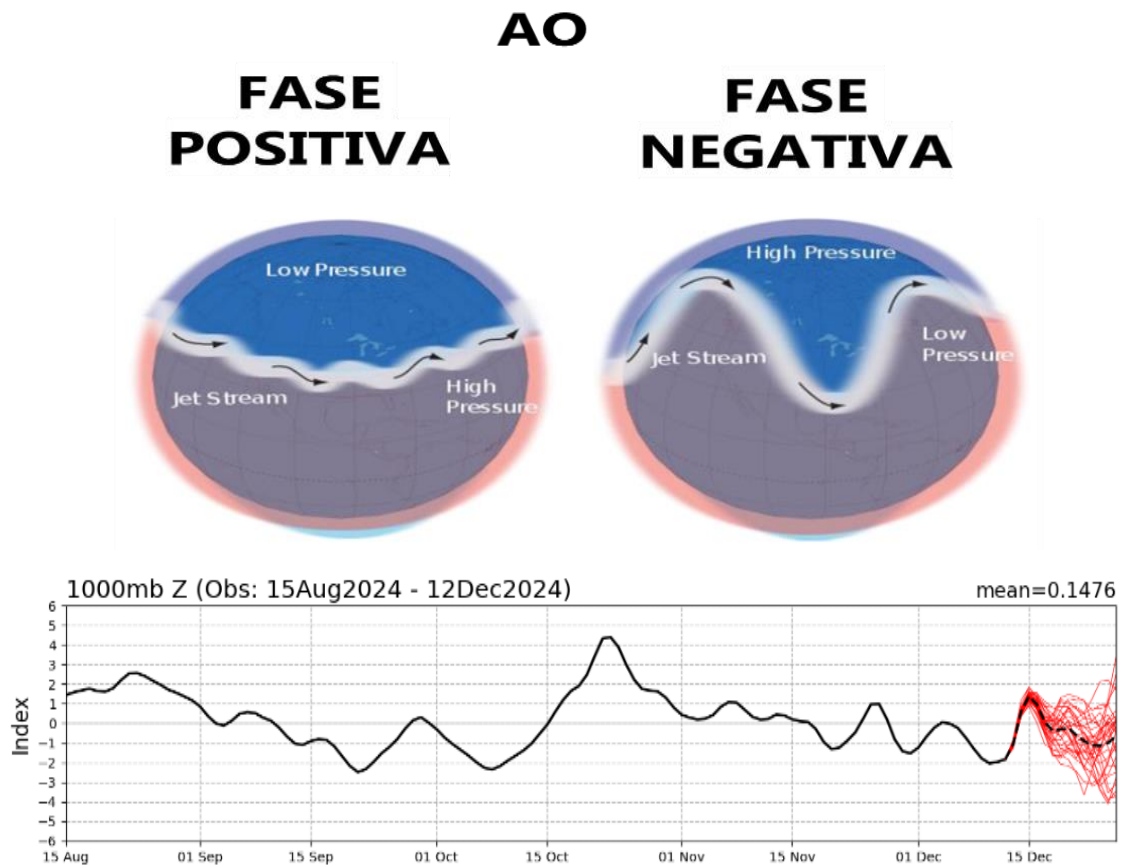


Figura 11. Comportamiento de la Oscilación del Ártico Norte. (NOOA, 2025)

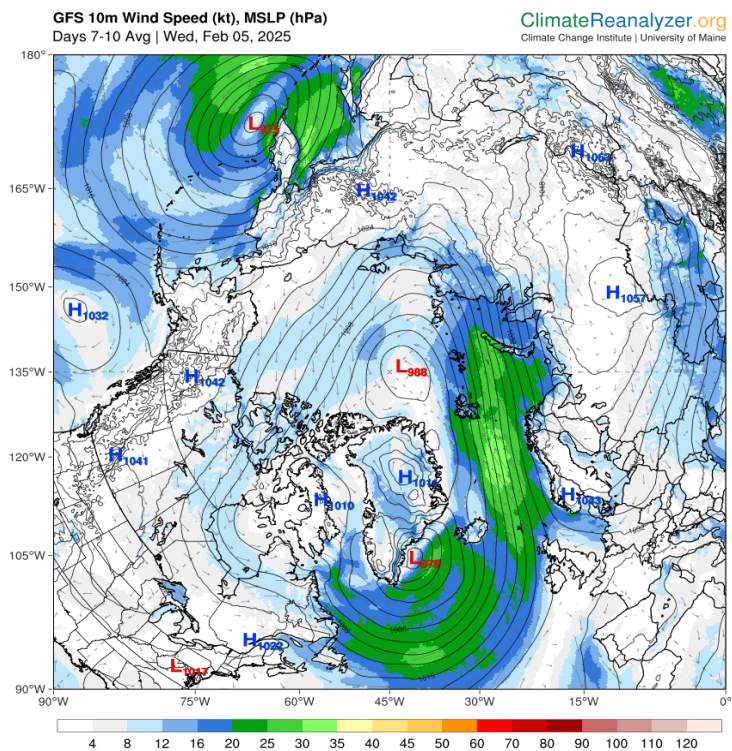


Figura 12. Muestra el comportamiento de la OA. (UNIVERSITY OF MAINE, 2012–2024)

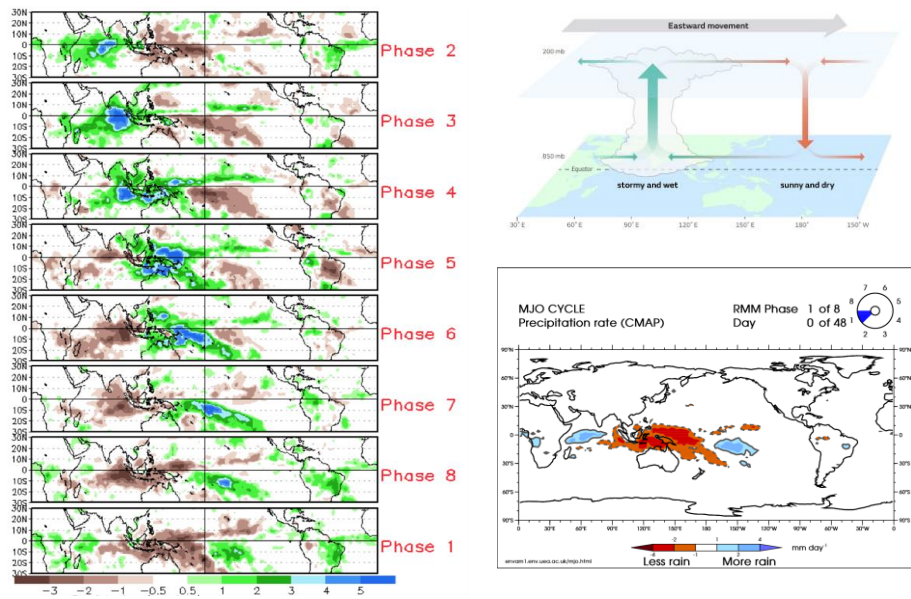


Figura 13. Oscilación de Madden-Julian, sus fases. (Cazatormentas, 2024)

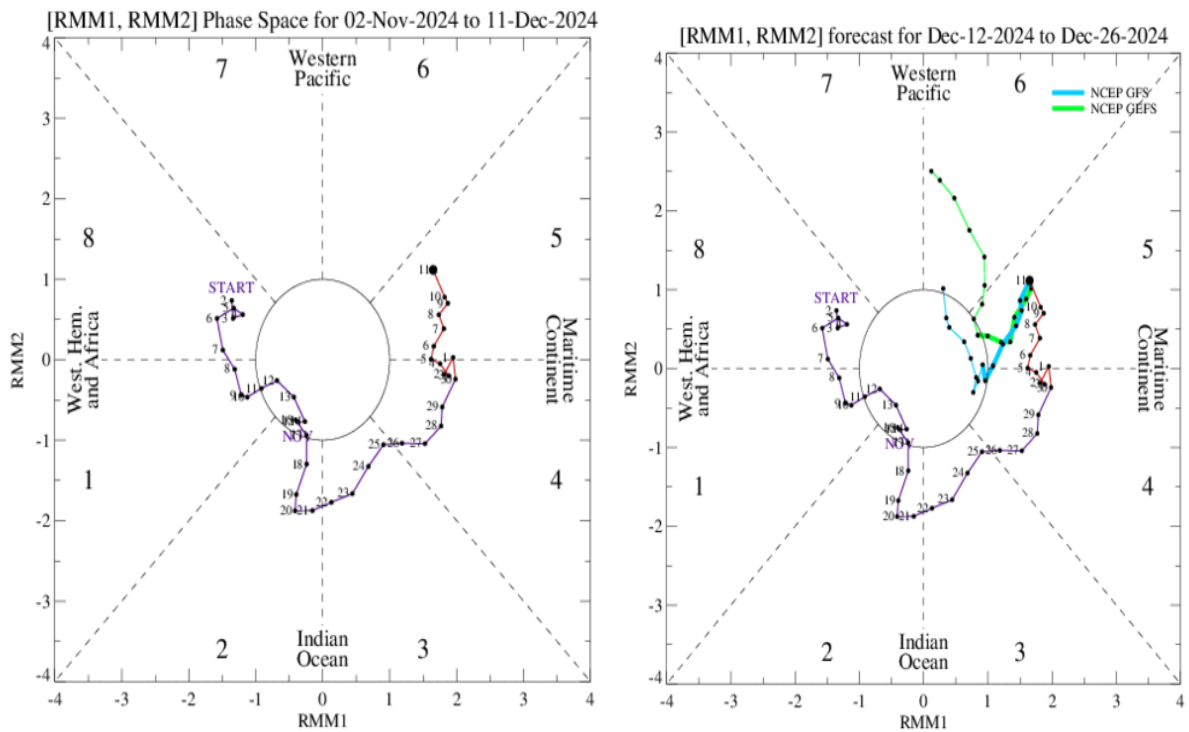


Figura 14. Oscilación de Madden-Julian en su posible comportamiento con respecto a los modelos de sus fases. (NOAA, 2005)

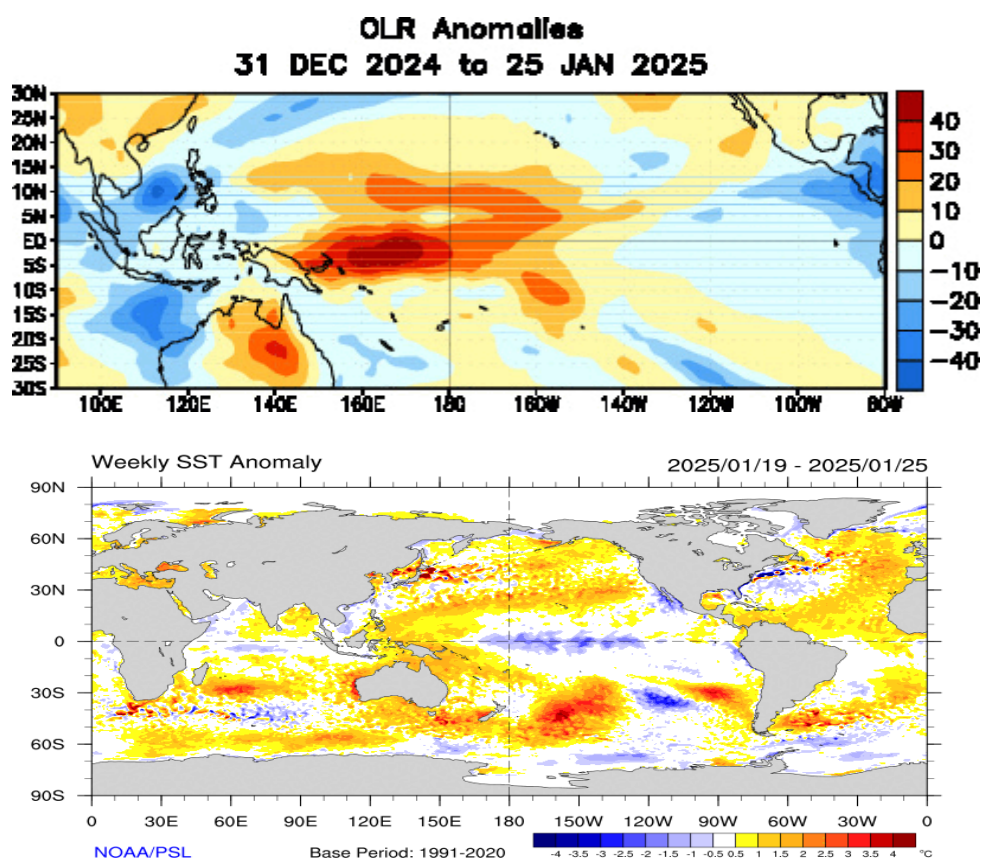


Figura 15. Anomalías de Temperatura Superficial del Mar, (NOAA, 2005)

La **predicción estacional basada en el análisis de patrones históricos** tiene múltiples aplicaciones en diversos sectores. En la **gestión de recursos hídricos**, permite optimizar el uso de presas y sistemas de riego. Para la **planificación agrícola**, facilita la determinación de los períodos óptimos de siembra y cosecha. En la **prevención de desastres naturales**, contribuye a la emisión de alertas tempranas ante sequías, huracanes e inundaciones. En cuanto a la **generación de energía**, mejora la predicción de variables climáticas que afectan la producción hidroeléctrica, solar y eólica. Finalmente, en el ámbito de la **salud pública**, ayuda en la prevención de brotes de enfermedades relacionadas con el clima, como el dengue, la malaria y los golpes de calor.

En las bases de datos se encuentra registrada la información climática, conocida como climatología. Estos datos reflejan la cantidad de sistemas y cambios que se han presentado en relación con la precipitación, las temperaturas y los sistemas meteorológicos que afectan el territorio, generando variaciones en el clima.

La climatología se construye a partir de registros de al menos 30 años, lo que resulta fundamental para identificar patrones numéricos en el comportamiento de estos sistemas. A partir de este análisis, y mediante el uso de modelos matemáticos como ARIMA, redes neuronales, y máquina de soporte vectorial es posible realizar predicciones o pronósticos que permitan anticipar su evolución a corto, mediano y largo plazo. En la Figura 16 se puede observar la base de datos de precipitación correspondiente a la información que se tiene recolectada y con un proceso de calidad de datos para así poder emplearse en los pronósticos diarios o pronósticos a mediano plazo o pronostico mensual.

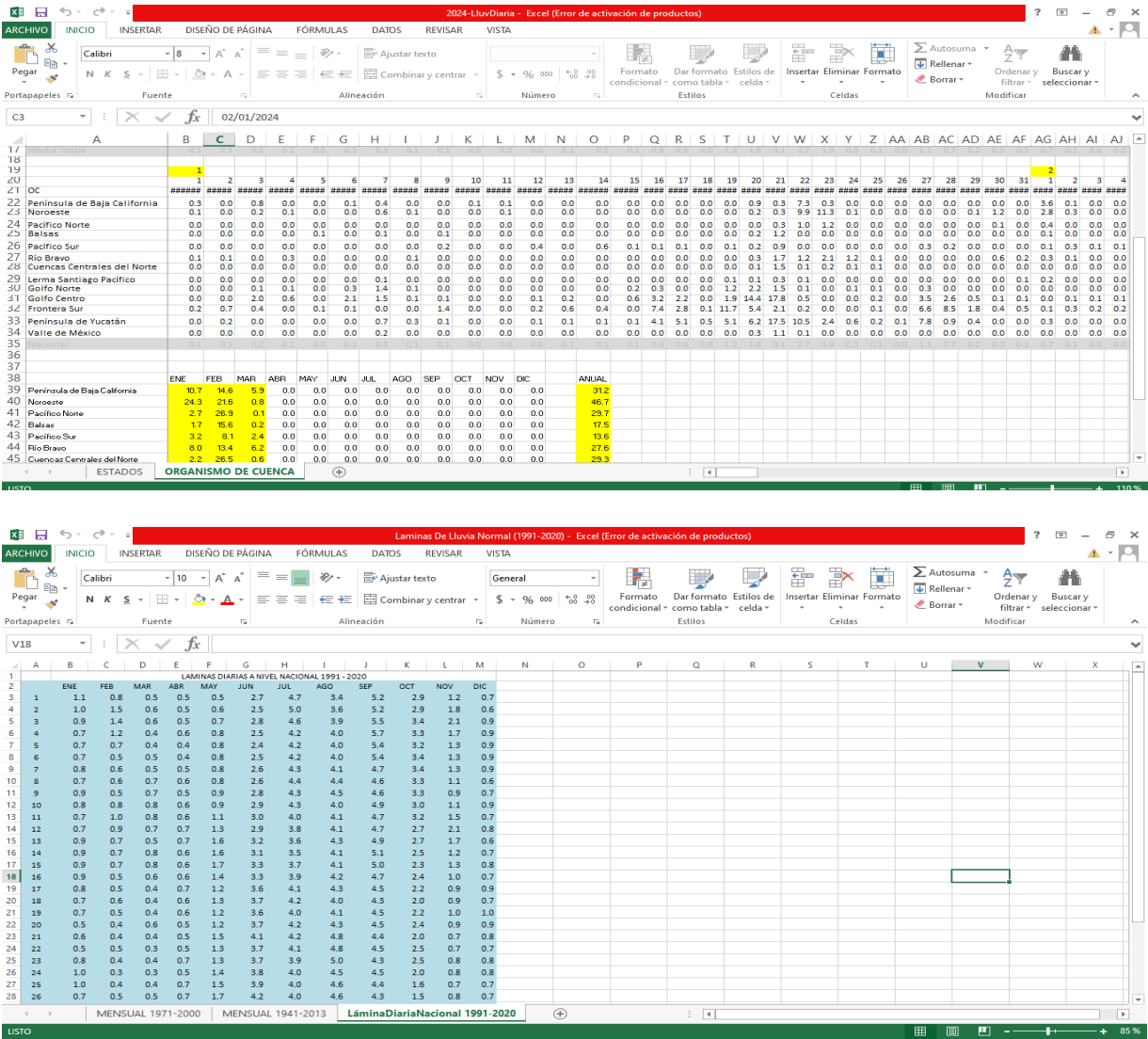


Figura 16. Base de datos del comportamiento de la precipitación por cuenca, por estado y nacional. (CONAGUA, 2025).

6. Validación y verificación de modelos matemáticos.

6.1. Métodos para evaluar la precisión de los pronósticos.

Estos métodos permiten evaluar la precisión de los pronósticos y determinar el margen de error, lo que facilita conocer el grado de acierto, ya sea positivo o negativo, de cada predicción mensual en comparación con las condiciones observadas.

Este análisis proporciona una visión clara sobre el desempeño de los modelos y permite verificar si las proyecciones realizadas presentan un comportamiento similar a la realidad, contribuyendo así a la mejora continua de las predicciones climáticas.

Las **anomalías** presentan la diferencia entre un valor observado y el valor esperado o promedio histórico. Este se utiliza para evaluar observaciones en variables meteorológicas como son las temperaturas, precipitaciones o la presión atmosférica.

$$Anomalía = X_{obs} - X_{promedio\ histórico}$$

Donde:

X_{obs} , será siempre el valor actual de la variable observada

$X_{promedio\ histórico}$, será la media de la variable en un periodo de referencia.

Por ejemplo, se tiene temperatura media histórica del mes de enero es de 15 °C y la observada es de 18 °C la diferencia sería +3°C.

La correlación mide el grado de relación entre las predicciones del modelo y las observaciones reales, usado principalmente el coeficiente de correlación de Pearson (r), se define como:

$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Donde:

X_i , Sera las predicciones del modelo.

Y_i , será los valores observados.

$\bar{X}$ y $\bar{Y}$, Son las medias de los valores predichos y observados.

Si el valor r es cercano a 1 indicará una alta correlación y si son más cercanos a 0 se tendrá poca o ninguna relación entre los datos predichos y observados.

6.2. Índice de Skill (anomalías y correlación).

Se encarga de evaluar la capacidad de un modelo para realizar predicciones confiables en comparación con los modelos anteriormente mencionados (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2000).

Para las anomalías, se emplea el error cuadrático medio (MSE) que es la varianza del estimador, al tomar la raíz cuadrática del error cuadrático medio se obtiene la **medida de la reducción del error cuadrático medio** (RMSE) que en un estimador es la raíz cuadrática de la varianza de un modelo en comparación con uno de referencia.

$$SS = 1 - \frac{RMSE_{modelo}}{RMSE_{referencia}}$$

Donde:

$SS > 0$, El modelo es mejor que la referencia, el cual es establecido por los valores de anomalía donde evalúa la capacidad del modelo para predecir desviaciones del clima.

$SS = 0$, El modelo es tan bueno como la referencia.

Al ser usado en anomalías, este índice permite evaluar la capacidad del modelo para predecir desviaciones del clima.

Para la correlación se mide Heidke Skill Score (HSS), (Hastie, Tibshirani, & Friedman, 2000), el cual muestra la precisión del modelo considerando la proporción de acierto con respecto a una referencia aleatoria.

$$HSS = \frac{A - E}{N - E}$$

Donde:

A , Número de aciertos del modelo.

E , Número esperado de acierto por azar.

N , Número total de predicciones.

Este índice nos sirve para evaluar los modelos de predicciones estacionales y su capacidad para anticipar correctamente las anomalías climáticas.

El índice de Skill Brier Score (BS) ayuda a medir la precisión de predicciones probabilísticas, particularmente en eventos binarios como lluvias intensas o temperaturas extremas.

$$BS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - o_i)^2$$

Donde:

f_i , Probabilidad predicha para el evento.

o_i , se mostrará 1 si el evento ocurre y 0 si no ocurre.

Brier Skill Score (BSS) se encarga de comprar este valor con una referencia:

$$BSS = 1 - \frac{BS_{modelo}}{BS_{referencia}}$$

Si $BSS > 0$ indicará que el modelo es mejor que la referencia.

Lo mencionado anteriormente se utiliza para evaluar la eficiencia de los modelos en con los que se está trabajando y analizar las anomalías de temperatura y precipitación, dos variables de gran importancia para nuestro país. Asimismo, permite comparar los modelos numéricos con datos históricos, lo que contribuye a su validación y mejora.

Este proceso se ha convertido en una herramienta clave en la validación de modelos climáticos y meteorológicos, ya que permite cuantificar la precisión de las predicciones en comparación con los datos observados y modelos de referencia, facilitando así la mejora continua de las proyecciones estacionales.

6.3. Error cuadrático medio (RMSE) y error absoluto medio (MAE).

Son métricas que se usan para evaluar la precisión de modelos de predicciones en meteorología y climatología.

El **Error Cuadrático Medio (RMSE)**, mide la diferencia promedio entre valores predichos ($\hat{y}_i$) y observados (y_i). Donde la fórmula es la siguiente:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Donde:

y_i : Valor observado, es el valor real medido en el conjunto de datos.

$\hat{y}_i$: Valor predicho o estimado, es el valor estimado por el modelo.

n : Número total de observaciones.

El **Error Absoluto Medio (MAE)** mide la diferencia absoluta media entre valores predichos y observados. Donde la fórmula es la siguiente

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

y_i : Valor observado, es el valor real medido en el conjunto de datos.

$\hat{y}_i$: Valor predicho, es el valor estimado por el modelo.

n : Número total de observaciones.

$|y_i - \hat{y}_i|$: diferencia absoluta entre el valor real y el valor predicho.

El MAE no eleva los errores al cuadrado, por lo que no es tan sensible a valores atípicos (lo que son puntos de datos observados que no se aproximan a la línea de mínimos cuadrados que tiene un grande error), lo que se interpreta directamente en las unidades originales de los datos.

Por lo que, la interpretación representa el error promedio que comete el modelo y los valores más bajos serán los que indican una mejor precisión.

Aplicándolo con algunos datos de ejemplo:

En cuestión de temperaturas se tiene un ejemplo de datos observados y predichos como se muestra en la Tabla 2:

Mes	Observado (°C)	Predicho (°C)	Climatología (°C)
Enero	15.2	14.8	15.0
Febrero	16.0	15.5	15.2
Marzo	18.1	17.9	17.5
Abril	15.2	14.8	15.0

Tabla 2. Ejemplo de datos observados, predichos y su climatología para temperatura.
Se calcula RMSE (Error cuadrático medio):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_{predicho} - X_{observado})^2}, N = 4 \text{ meses}$$

Se calculará para lo observado como para la climatología:

$$RMSE_{modelo} = \sqrt{\frac{(14.8 - 15.2)^2 + \dots + (20.1 - 20.5)^2}{4}} = 0.28$$

$$RMSE_{climatología} = \sqrt{\frac{(15.0 - 15.2)^2 + \dots + (19.8 - 20.5)^2}{4}} = 0.39$$

Se calculará SS:

$$SS = 1 - \frac{RMSE_{modelo}}{RMSE_{climatología}} = 1 - \frac{0.28}{0.39} = 0.28$$

Lo que nos indica que el modelo tiene el 28% de los datos que se aproximan a los datos climatológicos históricos, el modelo es bueno para usarse como la referencia de predicción de temperaturas.

Para la correlación se ocupa en la predicción de precipitación mensual, donde se evalúa si las predicciones de un modelo de precipitación mensual tienen buena correlación con los datos observados, se muestra la siguiente Tabla 3 de datos:

Mes	Observado (mm) -> X	Predicho (mm) -> Y
Enero	100	110
Febrero	120	115
Marzo	90	95
Abril	140	145

Tabla 3. Ejemplo de datos observados y predichos.

Calculando la correlación de Pearson (r):
$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \bar{Y})^2}}$$

Sustituyendo los valores:

$$\bar{X} = \frac{100+120+90+140}{4} = 112.5, \bar{Y} = \frac{110+115+95+145}{4} = 116.25$$

$$r = \frac{(100 - 112.5)(110 - 116.25) + \dots + (145 - 116.25)}{\sqrt{(100 - 112.5)^2 + \dots + (140 - 112.5)^2} \cdot \sqrt{(110 - 116.25)^2 + \dots + (145 - 116.25)^2}}$$

$$r \approx 0.98$$

Este valor indicará que las predicciones tienen una fuerte relación positiva con los datos observados, sugiere que el modelo es muy preciso a lo que se pronosticó. Lo que nos indica que también se alinean las predicciones con los datos observados.

Para Brier Score (BS) y Brier Skill Score (BSS) que nos ayuda a la predicción de lluvias extremas, se evaluará el modelo que predice si habrá lluvias extremas (> 50 mm en un día) para una determinada región, con los siguientes datos de la Tabla 4 podremos ver un ejemplo:

Día	Probabilidad Predicha (f_i)	Lluvia Extrema Observada (o_i)
1	0.9	1
2	0.7	1
3	0.2	0
4	0.6	1
5	0.1	0

Tabla 4. Ejemplo de datos por día de probabilidad de lluvia y lluvia observada.

Calculando Brier Score (BS):

$$BS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - o_i)^2$$

Sustituyendo los valores:

$$BS_{modelo} = \frac{(0.9 - 1)^2 + (0.7 - 1)^2 + (0.2 - 0)^2 + (0.6 - 1)^2 + (0.1 - 0)^2}{5} = 0.062$$

Se tendrá un modelo de referencia (promedio histórico de lluvias extremas) por lo que se obtiene un $BS_{referencia}$ de 0.20

Así el cálculo del Brier Skill Score (BSS) es:

$$BSS = 1 - \frac{BS_{modelo}}{BS_{referencia}}$$

Sustituyendo los valores:

$$BSS = 1 - \frac{0.062}{0.20} = 0.69$$

Donde 0.69 indica que el modelo es de 69% mejor su predicción de datos y esto hace que sea mejor que los datos de la probabilidad histórica de lluvias extremas con respecto a lo que se pronostica.

Para evaluar la calidad de predicciones probabilísticas de eventos extremos.

En la Tabla 5 se tiene como ejemplo datos que se utilizará para predecir las temperaturas diarias y se puede observar el error:

Día	Observado °C (y_i)	Predicho °C $(\hat{y}_i)$	Error °C $(y_i - \hat{y}_i)$	Error ² °C ² $(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	25	24	1	1
2	30	28	2	4
3	27	26	1	1
4	29	25	4	16
5	26	27	-1	1

Tabla 5. Ejempló de datos de temperatura diaria observada, predicha y su error.

Calculando:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} = \sqrt{\frac{1 + 4 + 1 + 16 + 1}{5}} \approx 2.14$$

Indica que, en promedio, las predicciones del modelo tienen un error de aproximación 2.14 °C respecto a los valores reales.

En la siguiente Tabla 6 de datos calcularemos el MAE:

Día	Observado (y_i)	Predicho ($\hat{y}_i$)	Error Absoluto $ y_i - \hat{y}_i $
1	25	24	1
2	30	28	2
3	27	26	1
4	29	25	4
5	26	27	1

Tabla 6. Ejempló de dato diarios de temperaturas para observado y pronóstico.

Sustituyendo los valores del error absoluto por día:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| = \frac{1 + 2 + 1 + 4 + 1}{5} = \frac{9}{5} = 1.8$$

Lo que significa que, en promedio, el modelo comete un error 1.8 °C en sus predicciones, mientras más bajo es el MAE indica un modelo más preciso.

Recordando que el RMSE es la diferencia del promedio entre los valores que se predijeron y lo observado; por lo que el MAE nos muestra el error promedio que comete el modelo.

6.4. Comparación entre modelos dinámicos y estadísticos.

Como se mencionó anteriormente, hay dos tipos de modelos, estadísticos y dinámicos, que se implementan para el pronóstico estacional, con base a lo que se explicó se tiene las siguientes observaciones que se mostrara en la Tabla 7:

Tipo de modelos	Ventajas	Desventajas
Modelos Dinámicos.	• Buena representación de procesos físicos a detalle. • Se puede realizar pronósticos en escalas desde horas a décadas.	• Es sensible a la calidad de los datos iniciales. • Alto costo computacional. • Suele tener una gran incertidumbre en las escalas temporales largas debido a errores acumulados.
Modelos Estadísticos.	• Requiere menos poder computacional. • Son más precisos en pronósticos a corto plazo. • Se puede capturar relaciones estadísticas entre variables climáticas.	• No presentan los procesos físicos explícitamente. • Se requiere gran cantidad de registros de datos. • Son sensibles a cambios en patrones climáticos.

Tabla 7. Muestra las ventajas y desventajas de usar los modelos dinámicos y estadísticos.

Las Figuras 13, 14 y 15 se realizan en el Servicio Meteorológico Nacional del Agua (SMN), donde se verifica los pronósticos, esta información no sale mucho al público sin embargo se realiza en cada pronóstico para poder observar y comprobar lo sucedido con lo pronosticado, que tan eficiente fueron los resultados.

Las imágenes mencionadas anteriormente generadas mediante un código de programación que procesa los datos del pronóstico correspondiente al mes y los datos observados en ese mismo período, este código ya estaba elaborado, de lo cual le he implementado algunos cambios para mi comprensión de la información y yo poder manejarlo sin problemas. Este análisis, permite verificar la precisión y eficiencia de los modelos utilizados, lo que resulta fundamental para evaluar la calidad de la

información. La calidad de los datos es crucial, ya que permite realizar ajustes y mejoras en los modelos según sea necesario.

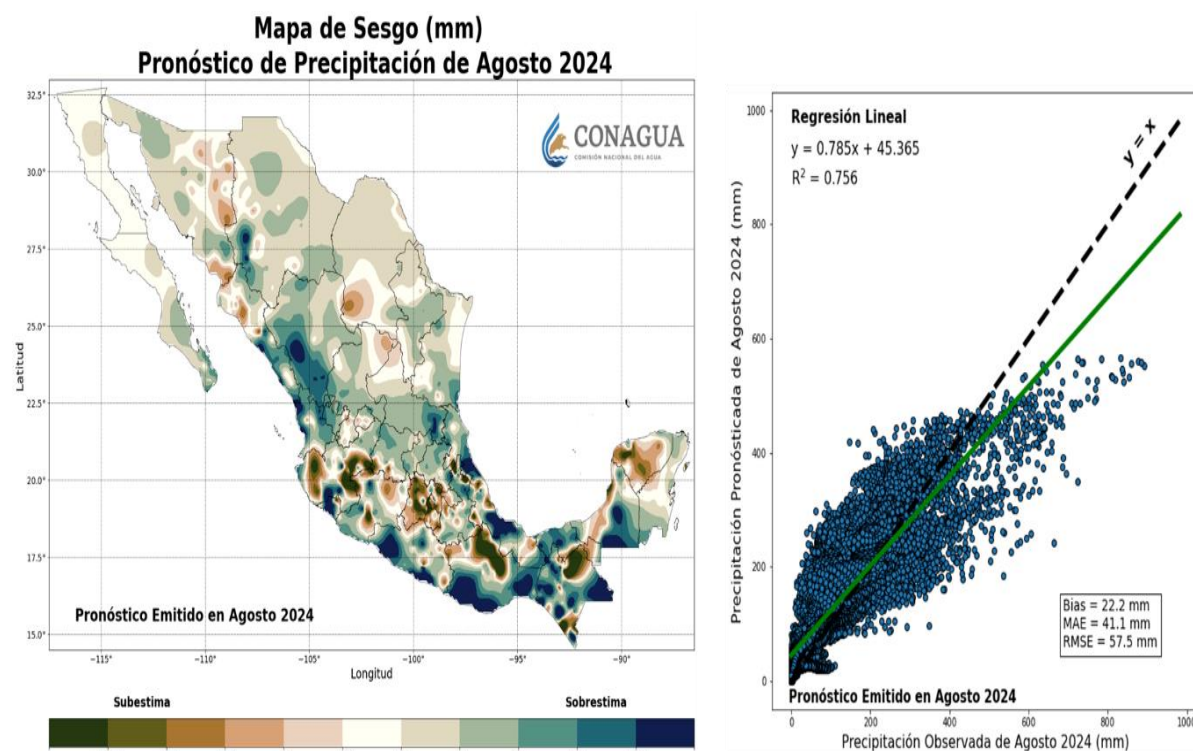


Figura 17. Mapa de sesgo del pronóstico de precipitaciones y su regresión lineal para evaluar los puntos del pronóstico emitido en el mes de agosto (SMN).

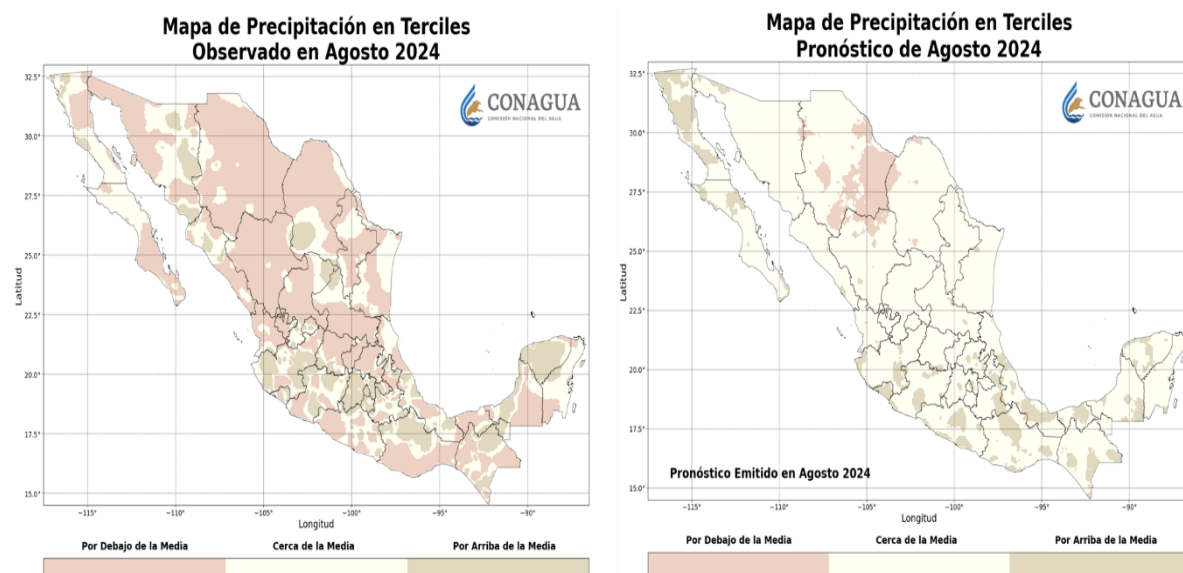


Figura 18. Mapas donde se muestran lo observado y lo pronosticado con respecto a la variable de precipitación (SMN).

Verificación del Pronóstico de Agosto 2024

Emitido en Agosto 2024

Tabla de Contingencia		Pronóstico			
		Por debajo	Normal	Por arriba	Total
Observado	Por debajo	304	116	137	557
	Normal	29	219	796	1044
	Por arriba	32	181	4494	4707
	Total	365	516	5427	6308

Porcentaje Correcto: 79.5 %

HEIDKE SKILL SCORE (HSS): 69.30 %

Hit Rate Frío: 0.54

Falsa Alarma Frío: 0.16

Hit Rate Normal: 0.21

False Alarma Normal: 0.57

Hit Rate Cálido: 0.95

Falsa Alarma Cálido: 0.17



Conclusión: Buen Pronóstico (mejor que haber pronosticado por azar)

Figura 19. Muestra los datos con respecto al HSS y para determinar qué tan bueno fue el pronóstico con respecto a los datos estadísticos (SMN).

Además, los mapas son una herramienta visual clave para identificar y analizar los cambios estacionales con las condiciones meteorológicas. Su uso facilita la interpretación de los datos y permite detectar patrones de variabilidad climática con mayor claridad. Estos mapas se realizan de igual manera para la variable de temperatura.

7. Caso de estudio matemático: Análisis de pronóstico estacional.

Para poder generar el pronóstico estacional se tuvo que aprender mucho sobre geoestadística y meteorología así mismo con la información de los datos que se manejan y los modelos aplicados a toda esta información.

La capacidad de seleccionar una región específica constituye otra ventaja importante, ya que permite una evaluación detallada de las condiciones climáticas locales y su impacto en diferentes actividades.

7.1. Selección de una región.

La seleccionar una región se basa en su variada diversidad climática, su posición geográfica estratégica y la interacción de diversos fenómenos atmosférico y oceánicos que impactan sus patrones meteorológicos.

Los factores climáticos relevantes en México, presentan una gran variabilidad climática debido a su geografía, que incluye montañas, costas, desiertos y selvas. Siendo los principales factores que influyen en el clima del país son los fenómenos atmosféricos globales conocidos como El Niño-Oscilación del Sur (ENSO) la cual influye en la cantidad y distribución de la precipitación, provocando sequías o lluvias intensas, la Oscilación del Ártico Norte (NAO) por la que se modifica la presión atmosférica en la región del Atlántico, afectando la llegada de frentes fríos y por último la Oscilación de Madden-Julian (MJO) esta nos muestra la actividad de ciclones tropicales y las lluvias en el Pacífico y el Atlántico.

Dando lugar también a los sistemas meteorológicos locales donde se encuentra los frentes fríos en la temporada de invierno afectando las temperaturas y la presión en el norte y centro del país; los huracanes y tormentas tropicales que durante la temporada de ciclones estos impactan las costas del Pacífico y el Golfo de México ingresando húmedas, como precipitaciones, y el Monzón de Norteamérica o también conocido como el Monzón mexicano el que genera precipitaciones intensas en el noroeste del país durante la temporada del verano.

Así mismo las características geográficas son de suma importancia como lo es la Altitud para la presencia de cadenas montañosas como la Sierra Madre Occidental y

Oriental donde se generan microclimas y la ubicación entre los océanos; México se encuentra influenciado tanto por el Océano Pacífico como por el Atlántico.

Todos estos factores son considerados para la sección de una región en específico. También, se considera la geoestadística que es una rama de la estadística aplicada y se utiliza para modelar fenómenos espaciales, como la temperatura, precipitación y contaminación en una región especial. Otros elementos a tomar en cuenta para seleccionar una región de estudio, es definir su extensión geográfica, características espaciales y los métodos estadísticos adecuados para el análisis.

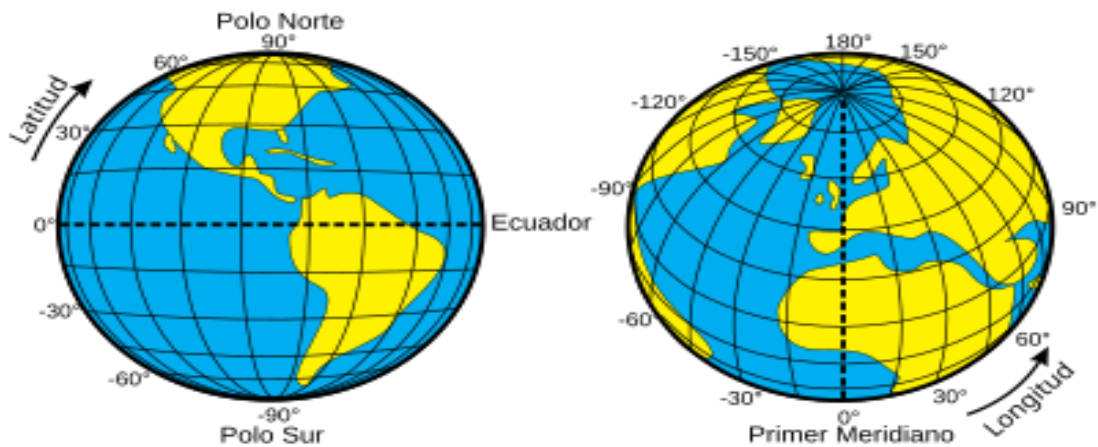


Figura 20. Coordenadas geográficas (Wikimedia Commons, 2024).

Para la región de México se tiene que se extiende en latitud 14°N a 33°N y de longitud 86°W a 118°W ; este tipo de datos espaciales se clasifican de la siguiente manera:

- Datos vectoriales (puntos, líneas y polígonos).
- Datos ráster (mallas regulares).

Estos archivos pueden visualizarse adecuadamente en el programa QGIS. Además, es posible generar un código en Python o RStudio para representar los datos de manera más gráfica, facilitando la creación de mapas con una mejor visualización y análisis espacial.

Por lo cual existen métodos geoestadísticos que se pueden aplicar para analizar los datos espaciales de la región elegida, como fue en México:

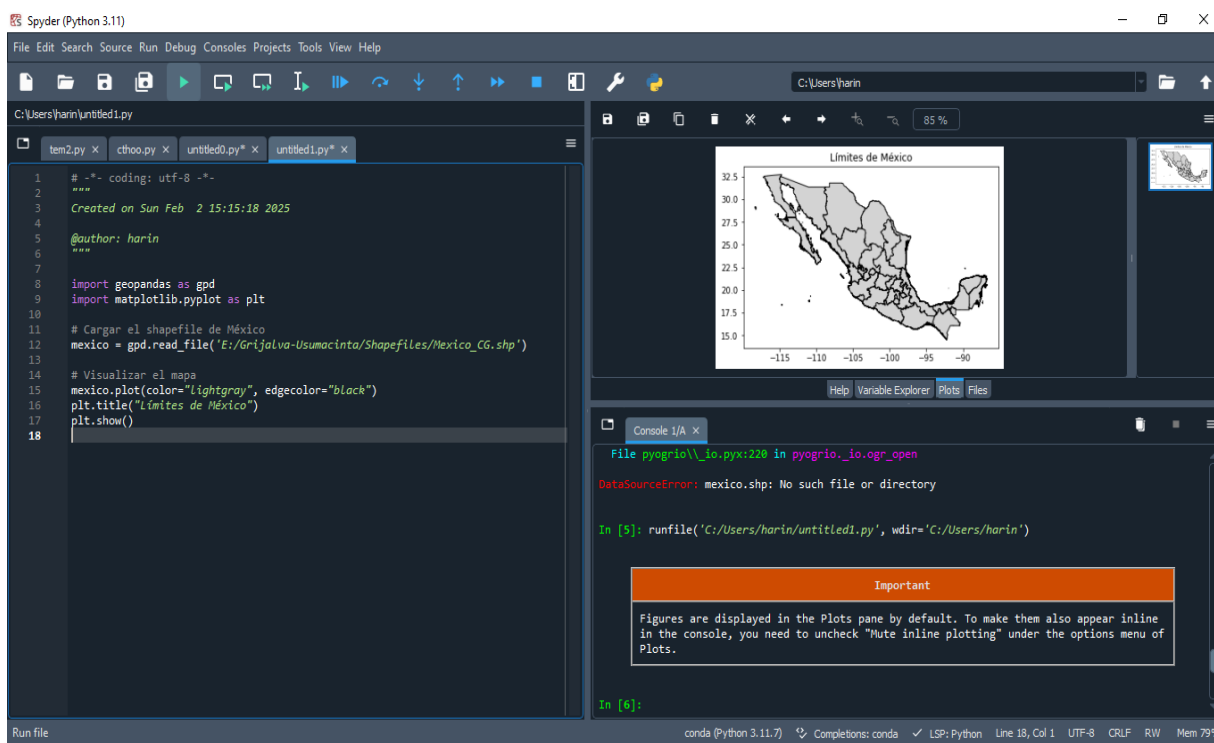


Figura 21. Código donde se observa la región elegida (SMN).

La interpolación espacial permite estimar valores en ubicaciones donde no se tienen mediciones directas, usando:

- IDW (Inverse Distance Weighting).
- Kriging.
- RBF (Radial Basic Functions).

Esto permite generar mapas que facilitan la visualización del comportamiento de los datos, mejorando la interpretación de los pronósticos. Una vez descargadas las salidas de los modelos, es necesario generar los mapas que serán publicados y distribuidos al público en general.

Para ellos, todo el proceso está codificado en Python, lo que permite tanto la descarga de los modelos como el análisis del sesgo de los datos requeridos para el pronóstico.

Esto facilita la generación de mapas de temperaturas y precipitación con mayor precisión.

En la página oficial del Servicio Meteorológico Nacional se puede observar estos mapas y archivos vectoriales y ráster para que el usuario pueda replicar el mapa en otro software como QGIS y ARCGIS.

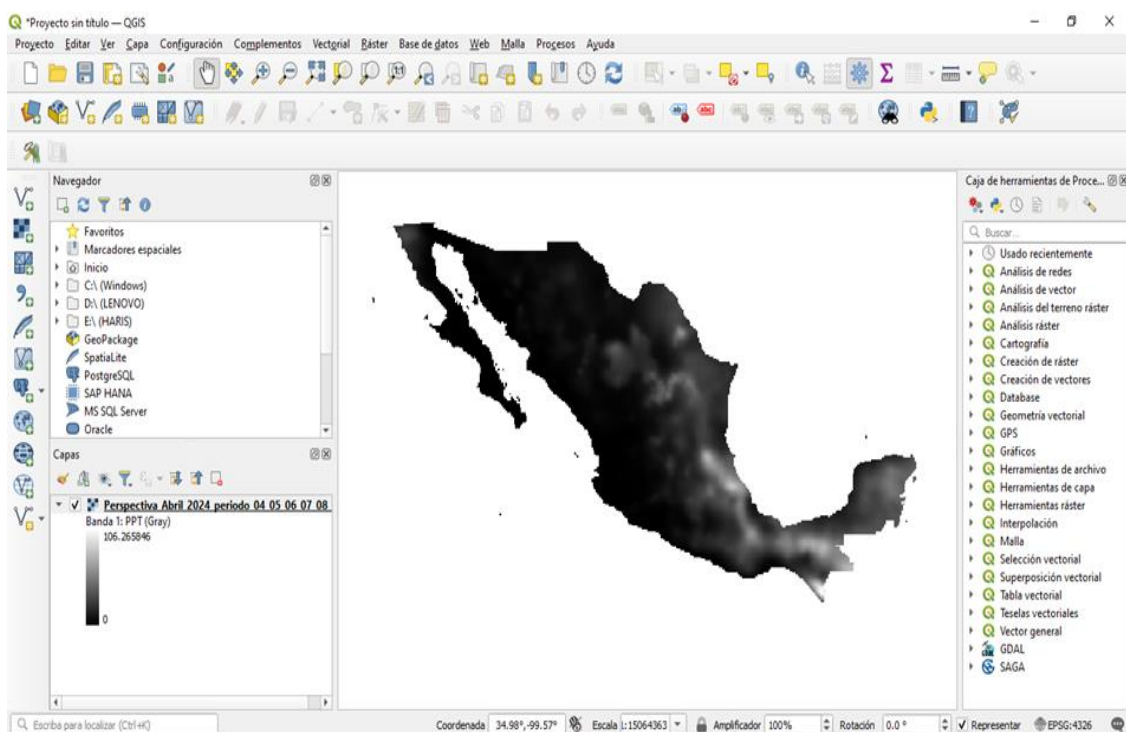


Figura 22. Archivo TIFFs para el público en general que replica los mapas de los pronósticos (SMN).

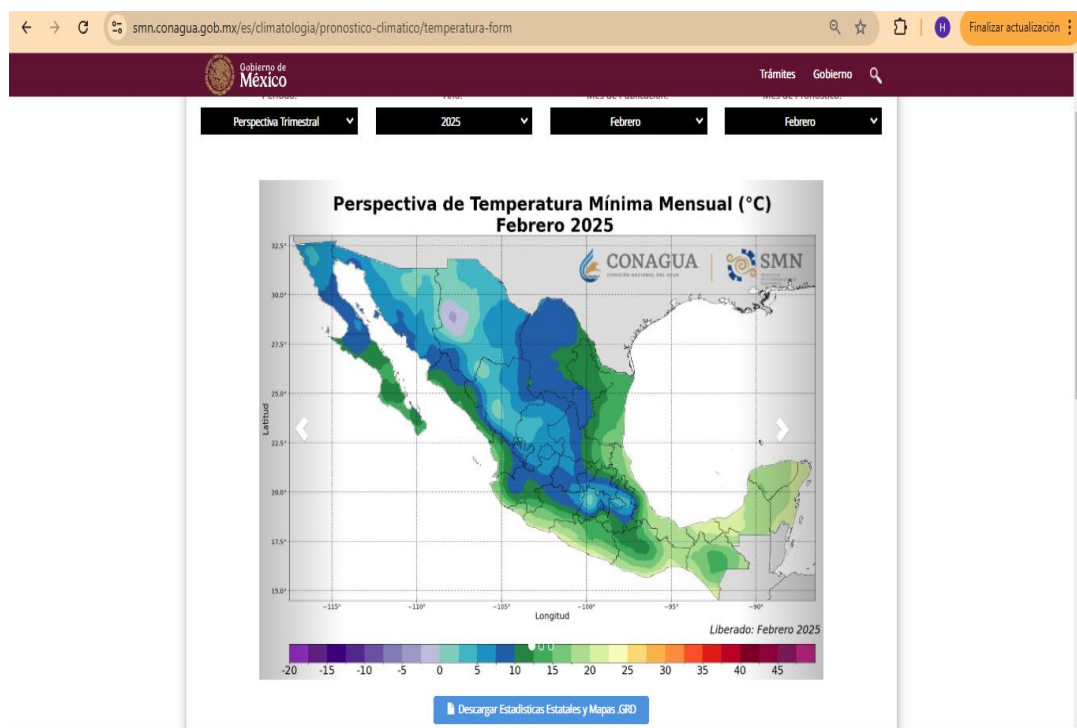


Figura 23. Página oficial donde se encuentra el pronóstico estacional para temperaturas. (CONAGUA, 2025).

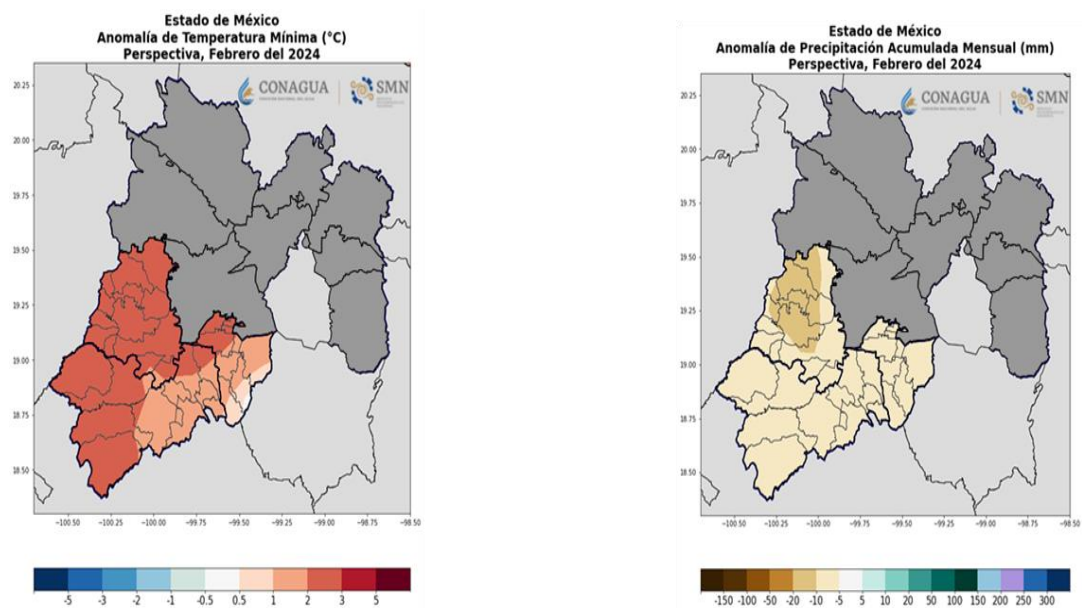


Figura 24. Muestra el pronóstico de manera regional para un territorio específico, este material se proporciona cuándo es solicitado. (SMN)

8. Resultados y discusiones.

Desafíos matemáticos en el pronóstico estacional.

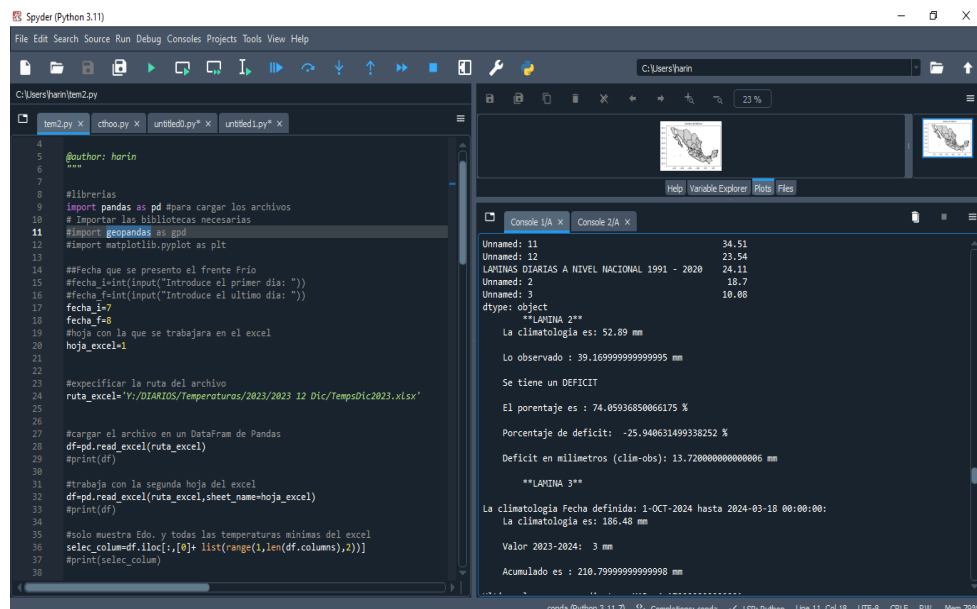
8.1. Limitaciones computacionales y algoritmos complejos.

En la actualidad, las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de los modelos de pronóstico, los cuales se han vuelto cada vez más complejos. Aunque la inteligencia artificial ha contribuido a que se agilice procesamiento de datos, pero se ha vuelto un poco limitado ya que se necesita de supercomputadoras que ayuden a que el procedimiento sea más rápido.

Una de las limitaciones es la implementación de los algoritmos, ya que la capacidad computacional disponible es insuficiente.

La predicción numérica del clima demanda una gran potencia de cálculo para procesar datos en tiempo real y llevar a cabo simulaciones detalladas.

Sin embargo, las computadoras modernas, a pesar de su sofisticación, presentan ciertos inconvenientes, como el tiempo de procesamiento de los modelos, que puede extenderse más de cinco días, y la gran cantidad de datos que deben almacenar, lo que a menudo provoca una notable disminución en su eficiencia.



```
5 @author: harin
6 """
7
8 #librerias
9 import pandas as pd #para cargar los archivos
10 # Importar las bibliotecas necesarias
11 #import geopandas as gpd
12 #import matplotlib.pyplot as plt
13
14 ##Fecha que se presento el frente Frio
15 #fecha_i=int(input("Introduce el primer día: "))
16 #fecha_f=int(input("Introduce el último día: "))
17 fecha_i=7
18 fecha_f=8
19 #hoja con la que se trabajara en el excel
20 hoja_excel=1
21
22
23 #especificar la ruta del archivo
24 ruta_excel="Y:/DIARIOS/Temperaturas/2023/2023_12 Dic/TempsDic2023.xlsx"
25
26
27 #cargar el archivo en un DataFrame de Pandas
28 df=pd.read_excel(ruta_excel)
29 #print(df)
30
31 #trabaja con la segunda hoja del excel
32 df=pd.read_excel(ruta_excel,sheet_name=hoja_excel)
33 #print(df)
34
35 #solo muestra Edo. y todas las temperaturas mínimas del excel
36 selec_column=df.iloc[:,0]+ list(range(1,len(df.columns),2))]
37 #print(selec_column)
38
```

Console 1/A x Console 2/A x

```
Unnamed: 11 34.51
Unnamed: 12 23.54
LAVINAS DIARIAS A NIVEL NACIONAL 1991 - 2020 24.11
Unnamed: 2 18.7
Unnamed: 3 18.08
dtype: object
**LAVINA 2**
La climatología es: 52.89 mm
Lo observado : 39.169999999999995 mm
Se tiene un DEFICIT
El porcentaje es : 74.05936850066175 %
Porcentaje de deficit: -25.940631499338252 %
Deficit en milímetros (clim-obs): 13.728000000000006 mm
**LAVINA 3**
La climatología Fecha definida: 1-OCT-2024 hasta 2024-03-18 00:00:00:
La climatología es: 186.48 mm
Valor 2023-2024: 3 mm
Acumulado es : 210.79999999999998 mm
```

Figura 25. Código donde se obtiene datos como la climatología, lo observado, porcentaje de precipitación y si es un déficit o superávit.

Para ejemplificar esto último en la Figura 21 se puede observar un código que ilustra la climatología y el porcentaje de precipitación correspondiente a los días solicitados. De igual manera, se indica si hubo un déficit (menor cantidad de lluvia de la esperada) o un superávit (cantidad de lluvia superior a lo previsto). Esta información nos permite analizar el comportamiento de las variables a lo largo de un periodo determinado.

8.2. Problemas de escala y resolución.

Las escalas y resoluciones de los problemas más importantes en la modelación, ya que son fundamentales para representar de manera adecuada los fenómenos atmosféricos, lo cual está determinado por el nivel de detalle de la malla de simulación.

Como se mencionó, los modelos meteorológicos dividen la atmósfera en una cuadrícula tridimensional, en la que cada celda representa un volumen de la Tierra, y para cada pronóstico suele tener un mayor requerimiento de cómputo, más para los modelos regionales que los globales, por lo que en los regionales se necesitan ser más detallados, recordando que este no puede producir pronósticos a largo plazo.

Otros problemas es la dificultad para captar correctamente eventos meteorológicos como tormentas, tornados o lluvias intensas en regiones específicas. De igual manera, la resolución necesaria para representar fenómenos de pequeña escala, como brisas o efectos orográficos, también presenta un desafío.

Por esta razón se ha vuelto un gran problema, mientras mayor resolución suele ser mayor el costo computacional.

9. Conclusiones y futuras direcciones.

9.1. Aporte de la modelación matemática al pronóstico estacional.

Los modelos matemáticos han aportado un papel clave para los pronósticos estacionales, donde ha permitido tener una estimación de las condiciones climáticas para una escala de aproximadamente 6 meses o para una temporada completa; con los modelos híbridos, dinámicos y estadísticos en conjunto con los datos históricos se ha podido tener predicciones más precisas para las temperaturas, la precipitación y factores meteorológicos a largo plazo.

Estos modelos han aportado un gran panorama de información y comportamiento para los fenómenos que se estudian en esta área.

En general, los modelos matemáticos ofrecen una amplia gama de oportunidades para realizar pronósticos a corto, mediano y largo plazo, y al integrarse con el análisis del comportamiento y la información meteorológica, estos modelos contribuyen significativamente a la eficiencia de los datos divulgados a la población.

9.2. Propuesta para desarrollar modelos más precisos y eficientes.

Algunas de las propuestas que se están llevando a cabo son la recolección de datos estadísticos más precisos y el ajuste de los modelos para poder trabajar de manera más rápida y eficiente.

Los ajustes no se han podido generar de manera tan eficiente por la capacidad de cómputo que se tiene. Sin embargo, aun esta limitación se han podido generar una buena cantidad de modelos más precisos.

El obtener datos probabilísticos diferentes y más apegados a las condiciones a largo plazo, ha permitido que se tenga un gran panorama del comportamiento de las variables que más se estudian, en este caso es la temperatura y precipitación.

La implementación de nuevos modelos para los pronósticos estacionales cambiando a lenguajes de programación con una nueva eficiencia y que el tiempo de proceso sea cada vez menor al que se está manejando actualmente.

Existen códigos más complejos que no pueden ser compartidos; sin embargo, al descargar cada salida del modelo, se genera un pronóstico minimizando el sesgo necesario, el cual se utiliza para la creación de mapas y datos estadísticos.

Referencias bibliográficas.

- Sedeño Bueno, E. A., & Madera Quintana, J. (30 de 6 de 2024). *Aprendizaje Automático como herramienta para el manejo integrado de recursos naturales en un contexto de cambio climático*. Obtenido de Machine Learning as Tool for the Integrated Management of Natural Resources in a Climate Change Context.
- American Institute of Physics. (2025). *Carl-Gustaf Rossby*. Obtenido de <https://history.aip.org/phn/11608040.html>
- Arana, C. (2 de 2021). *DOCUMENTOS DE TRABAJO*. Obtenido de MODELOS DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO MEDIANTE ÁRBOLES DE DECISIÓN: <https://ucema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/778.pdf>
- August. (2012). *Multisensable BAMS* *Bulletin of the american meteorología society*. Recuperado el 14 de 10 de 2024, de https://ametsoc.net/bams/Digital-Edition-Archive/2012/August2012_a.pdf
- Barzanallana, R. (9 de 2016). *Departamento Informática y Sistemas Universidad de Murcia*. Recuperado el 19 de 11 de 2024, de Edward Lorenz, padre de la Teoría del Caos y el Efecto Mariposa: <https://www.um.es/docencia/barzana/BIOGRAFIAS/Biografia-Edward-Lorenz.php>
- CABOS NARVÁEZ, W., ÁLVAREZ GARCÍA, F., PÉREZ GONZÁLEZ, I., & ORTIZ BEVIÁ, M. (s.f.). *MODOS DE ENSO EN EL MODELO ACOPADO HADCM3 EN CONDICIONES DE CAMBIO CLIMÁTICO*. Obtenido de https://repositorio.aemet.es/bitstream/20.500.11765/8742/1/0005_PU-SA-V-2006-W_CABOS.pdf
- Cazatormentas. (2024). *La Oscilación de Madden Julian (MJO)*. Obtenido de Clima y meteorología: conceptos y procesos: <https://cazatormentas.com/la-oscilacion-de-madden-julian-madden-julian-oscillation-mjo/>
- Clay Mathematics Institute. (2025). *Navier-Stokes Equation*. Obtenido de <https://www.claymath.org/millennium/navier-stokes-equation/>

- Comisión Nacional del Agua. (2010). *Manual practico del observador Meteorologico de superficie*. (S. d. Naturales, Ed.) México. Recuperado el 8 de 2024
- Comisión Nacional del Agua. (2010). *Servicio Meteorológico Nacional, Tiempo y Clima*. México: Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Recuperado el 8 de 2024
- CONAGUA. (2025). *“Presipitación, Sistemas meteorológicos”*. Obtenido de Gobierno de México,: <https://smn.conagua.gob.mx/es/climatologia/pronostico-climatico/precipitacion-form>
- CONAGUA. (2025). *Gobierno de México*. Obtenido de “Pronostico, Presipitacion”,,: <https://smn.conagua.gob.mx/es/climatologia/pronostico-climatico/temperatura-form>
- Current Status. (4 de 2010). *Fase la Niña y El Niño, Oscilación del Sur*. Recuperado el 18 de 12 de 2025, de 2010: <https://www.climate.gov/enso>
- Developers, P. (27 de 5 de 2024). *PyKriging developers*. Obtenido de <https://app.readthedocs.org/projects/pykriging/downloads/pdf/latest/>
- ESA. (2004). *The european space agency*. Obtenido de Vilhelm Bjerknes: https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2004/10/Vilhelm_Bjerknes_1862-1951
- Follow Climate.gov. (4 de 2010). *El Niño & La Niña (El Niño-Southern Oscillation)*. Obtenido de Current Status: <https://www.climate.gov/enso>
- Geograf. (2005). *Circulación general atmosférica*,. Recuperado el 29 de 12 de 2024, de <https://www.um.es/geograf/clima/tema07.pdf>
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2000). *The Elements of Statistical Learning* (Second ed.). Recuperado el 7 de 2025
- Huijse Heise, P. (2022). *Máquinas de soporte vectorial*. Obtenido de support vector machine, SVM: https://phuijse.github.io/MachineLearningBook/contents/supervised_learning/svm.html

- J. Á. (1893). *Obras 3*. México 2002: Rosa Campos de la Rosa. Recuperado el 8 de 2024
- JacobSoft. (2021). *Copyright*. Obtenido de Support Vector Regression (SVR): https://www.jacobsoft.com.mx/es_mx/support-vector-regression/#google_vignette
- L. Donn, W. (1978). *Metereología* (S.A. ed.). España: REVERTÉ. Recuperado el 12 de 2024
- L., J. E. (30 de 10 de 2001). *MEDI AMBIENT*. Obtenido de medi ambient: <https://www.gencat.cat/mediamb/revista/rev30-cast.htm>
- Mendoza Cruz, S. M. (2019). *Fundamentación física del fenómeno el niño-oscilación del sur, modelo de retroalimentación de Bjerknes*. Obtenido de UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y GEOLOGÍA: http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/bitstream/20.500.12744/5921/1/Mendoza_2019_TG.pdf
- Mesa, O., Smith, R., Salazar, J., & Carvajal, L. (1995). *Modelos de predicción de caudales para el sector eléctrico colombiano. Modelo mensual y modelo semanal, Zebiak-Cane,*. Obtenido de https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/9173/No._3-1995-1.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Meteored. (2025). *tiempo.com*. Obtenido de La máquina que venció al tiempo: <https://www.tiempo.com/noticias/divulgacion/la-maquina-que-vencio-al-tiempo.html>
- Mora, X. (2017). *Mètode Science Studies Journal*. Recuperado el 14 de 10 de 2024, de Artículo Universitat de València: <https://metode.cat/wp-content/uploads/2017/06/93ES-MONO-3-Navier-Stokes.pdf>
- NOAA. (2005). *National weather Service*. Obtenido de “ENSO”: https://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/enso_update/olr-a-30d.gif

- NOAA. (2005). *National weather Service, "MJO Index"*. Obtenido de NOAA: <https://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/MJO/whindex.shtml>
- NOAA. (2025). *Climate Prediction Center, "North American Pattern"*. Obtenido de PNA: <https://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/pna.shtml#current>
- Oceanografía Dinámica, Modelos de ondas en el océano de Kelvin y Rossby*. (2019). Obtenido de Departamento de Ciencias de la Atmósfera y Física de los Océanos: http://www.meteorologia.edu.uy/wp-content/uploads/2019/oceanografia_dinamica/cap9_2019.pdf
- Organización Meteorológica Mundial. (2024). *World Meteorological, estado del clima, el desafío*. Obtenido de OMM: <https://wmo.int/es/site/frontline-of-climate-action/state-of-climate>
- Palomares C., M. (12 de 2012). *Semblanza de vilhelm bjerknnes, Carl-Gustaf, Rossby Bjerknnes su legado reconocimiento física y meteorología*. Recuperado el 10 de 8 de 2024, de <https://www.divulgameteo.es/uploads/Semblanzas-Bjerknes-II.pdf>
- Palomares Calderón , M. (4 de 2009). *Semblanzas de Vilhelm Bjerknes y su legado*. Recuperado el 10 de 8 de 2024, de Circulacion de la Tierra: <https://www.divulgameteo.es/uploads/Semblanzas-Bjerknes-I.pdf>
- Thunberg, G. (2022). *El libro del clima*. LUMEN. Recuperado el 7 de 2024
- Toscana, I. (1950). *METEREOLOGÍA DESCRIPTIVA Y DINAMICA, CLIMATOLOGÍA*. México: Imprenta Universitaria. Recuperado el 10 de 2024
- Universidad de València*. (2004). (R. d. Ley de Stefan-Boltzmann, Productor) Recuperado el 15 de 5 de 2024, de Departamento de física teórica: https://www.uv.es/inecfis/QPhVL/p6/p6_intro.html
- UNIVERSITY OF MAINE. (2012–2024). *Climate Change Institute, "Climate Reanalyzer"*. Obtenido de Outlook Forecast Maps: https://climatereanalyzer.org/wx/fcst_outlook/?dm_id=arc-lea&ndays=d1-3

Viñas, J. (11 de 2017). *El sueño de Richardson*,. Recuperado el 10 de 3 de 2025, de Revista meteoredtiempo.com,: <https://www.tiempo.com/noticias/divulgacion/el-sueno-de-richardson.html>

Viñas, J. (6 de 2018). *ENIAC, la máquina que venció al tiempo*,. Recuperado el 19 de 11 de 2024, de revista meteoredtiempo.com,: <https://www.tiempo.com/noticias/divulgacion/la-maquina-que-vencio-al-tiempo.html>

Visionlearning. (2000-2025). Recuperado el 16 de 1 de 2025, de Meteorólogo Lewis Fry Richardson,: <https://www.visionlearning.com/es/glossary/view/Lewis,-Fry-Richardson/4567>

Wikimedia Commons. (20 de 9 de 2024). *Modelo atmosférico global.png*. Obtenido de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Modelo_atmosf%C3%A9rico_global.png

Wikipedia. (14 de 5 de 2025). *Coordenadas geográficas*. Obtenido de La enciclopedia libre: https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_geogr%C3%A1ficas