

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

Nada humano me es ajeno

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD

Análisis de Redes Complejas para la Red de Comercio Mundial

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
COMPLEJIDAD

PRESENTA:

JESÚS ERNESTO CRUZ MARTÍNEZ

Director de Tesis

Dr. Fernando Ramírez Alatríste

Ciudad de México, Mayo de 2016

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

UACM3 TDY363



Faint, illegible text centered below the stamp.

19-00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

19-00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

00000000000000000000000000000000

ANÁLISIS DE REDES COMPLEJAS PARA LA RED DE
COMERCIO MUNDIAL

JESÚS E. CRUZ MTZ.



Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Plantel del Valle

Tesis de Maestría en Ciencias de la Complejidad
Maestría en Ciencias de la Complejidad
Grupo de Dinámica No Lineal y Sistemas Complejos

Colegio de Ciencias y Humanidades
Agosto 2015 – version 4.0

Jesús E. Cruz Mtz.: *Análisis de Redes Complejas para la Red de Comercio Mundial*, Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Plantel del Valle, © Agosto 2015

Muchas gracias a doña Julieta (mi mamá), Laura (mi compañera en el viaje) y Jessy (mi hija) por todo el apoyo, tiempo, comprensión y amor, sin ustedes no se hubiera logrado hacer nada de esto.

— Gracias . . . totales - Gustavo Cerati

A mis profesores y asesor que sin su valiosa guía, yo no hubiera podido alzarme en "hombros de gigantes".

— Isaac Newton

PREFACIO

“Una razón del porqué las matemáticas disfrutan de una estima especial, por encima de cualquier otra ciencia, es que sus leyes son ciertas absoluta e indisputablemente, mientras que las de las otras ciencias son de cierta manera debatibles y están en constante peligro de ser desechadas por nuevos hechos descubiertos . . . [las matemáticas] refieren objetos de la propia imaginación y no a objetos de la realidad. Por lo que no es de extrañar que distintas personas lleguen a las mismas conclusiones cuando han acordado sobre las leyes fundamentales (axiomas), así como los métodos por los que las leyes deben ser deducidas . . . [las matemáticas] le dan a las ciencias naturales un grado de seguridad, por las que sin ellas no podrían lograr por sí mismas. En este punto se presenta el enigma que las mentes en todos los tiempos se han preguntado ¿Cómo pueden las matemáticas ser, después de todo, producto del intelecto humano, a través de experiencias independientes, y ser tan admirablemente apropiadas para los objetos de la realidad? ¿Es entonces que la razón humana, sin experiencia, simplemente con pensarlo mucho, capaz de reproducir las propiedades de las cosas reales? En mi opinión la respuesta a esta pregunta es corta: Mientras las leyes de las matemáticas se refieren a la realidad, no tienen certidumbre; mientras tengan certidumbre, no se refieren a la realidad. . . .”

Albert Einstein [8], (1921)

“Lo que ahora se prueba, antes solo se imaginó”

William Blake [29], (1792)

RESUMEN

El siguiente trabajo es el resultado de dos artículos que escribí con mi asesor al respecto de las redes de comercio mundial, la visión de redes complejas y teoría de juegos evolutivos en redes. Inicialmente planteamos un camino simple que nos llevaría a explorar las redes evolutivas, su crecimiento y a lo mejor la teoría involucrada en ello, pero como siempre, la realidad es más complicada de lo que nos imaginamos y encontramos otras cosas antes de llegar a medio camino del trazado. Encontrar que las redes de comercio son redes libres de escala y que a pesar de tener muchas relaciones (arcos) en la red (grafo dirigido) me hizo pensar en que en realidad nada es lo que parece. Descubrir supercarreteras en una red (una gran cantidad de arcos dirigidos a ciertos vértices) y luego, así establecer la columna vertebral del comercio a través de las herramientas de las redes complejas me han permitido profundizar un poco más en los estudios de las ciencias de la complejidad y constatar su utilidad en otras ramas de la ciencia, como en este caso a la economía. Analizar y establecer criterios en escenarios de simulación, comparar resultados, preparar datos y luego procesarlos para que podamos comparar los resultados de las simulaciones, nos permiten establecer concordancias que no son obvias a simple vista, conjuntar herramientas que al principio parecían inconexas en un solo trabajo de análisis, me permitió entender con mayor profundidad lo que las mediciones llanas arrojan como datos áridos. Preparar la salida de esos datos para que se pueda ofrecer alguna explicación racional y entender lo que la aplicación de una regla simple en un conjunto grande de datos varias veces es lo que le da un carácter interesante a este campo y por lo que me llamó poderosamente la atención, parece que se puede adivinar el resultado, pero al análisis no es tan simple como parece. Finalmente darle un carácter ecológico a la simulación económica, basada en modelos matemáticos, le dió a este viaje un rumbo inesperado, al menos para mí. El análisis del trabajo conjunto de los escenarios IPCC y su utilidad en la crisis ecológica de la contaminación por gases de efecto invernadero, no era algo que tuviera en mente cuando ingresé al posgrado, pero como nos dijeron al entrar, no es extraño que algo que estudias en esta área, lo utilice otra para buscar una respuesta que con otras herramientas no se encuentra, y eso, fue lo que pasó aquí.

*We have seen that computer programming is an art,
because it applies accumulated knowledge to the world,
because it requires skill and ingenuity, and especially
because it produces objects of beauty.*

— Donald E. Knuth [18]

RECONOCIMIENTOS

Agradezco inicialmente a mi asesor, el Dr. Fernando Ramírez Alatrís-te quien con paciencia y muchas preguntas, me fue guiando hacia el conocimiento de la teoría de juegos y los problemas aplicados, él me sugirió estudiar este problema desde el punto de vista de los juegos evolutivos y con asombro juntos construimos el modelo que ahora describo.

Al profesor José Luis Gutiérrez quien con mucha más paciencia me explicó muchos de los detalles de los sistemas complejos, revisó muchos de mis errores y con parsimonia me guió hasta que pudiera entender las bases de este estudio.

A mis lectores de tesis, que con sus observaciones y puntos de vista enriquecieron enormemente este trabajo: Dra. Paola Vera, Dr. Pedro Miramontes y Dr. Damián Hernández (no por ser el último es el menos importate). Mil gracias por su dirección.

ÍNDICE GENERAL

I PRELIMINARES	1
1 INTRODUCCIÓN	3
1.1 Organización	7
1.2 Materiales	8
II EL TRABAJO	9
2 MARCO TEÓRICO	11
2.1 Calentamiento Global	11
2.1.1 Escenarios IPCC	11
2.1.2 Huella de Carbono	16
2.2 Visión Económica	18
2.3 Visión de Teoría de Juegos, Calentamiento Global y Economía	25
2.3.1 Red de Comercio Mundial	25
2.3.2 Juegos Evolutivos	33
3 METODOLOGÍA	37
3.1 Métodos de Análisis de Simulación	41
3.2 Métodos de Análisis de Red	51
4 RESULTADOS	53
4.1 Red de Comercio	53
4.1.1 Análisis de Medidas de Centralidad	59
4.2 Análisis de Comunidades	63
4.2.1 Resumen de medidas de centralidad	64
4.2.2 Resumen de medidas locales de red	65
4.2.3 Análisis de Comunidades	66
4.3 Simulación de Red de Comercio	75
4.3.1 Análisis de Escenarios IPCC92a-f	75
5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	83
5.1 Discusión de Resultados de Simulación	83
5.1.1 Análisis de Distribuciones	89
5.1.2 Revisión de Tendencias por Bandas de Eras	92
5.2 Discusión de Resultados de Red	99
6 CONCLUSIONES	111
6.1 Resumen	111
6.2 Trabajos Futuros	114
III APÉNDICES	115
A APÉNDICES	117
A.1 Teoría de Juegos	117
A.2 Teoría de Juegos Evolutivos	129
BIBLIOGRAFÍA	133

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Simulación realizada con datos de HadCM3.	3
Figura 2	Foto tomada por el satélite climático de la NASA, hemisferio: Norte, continente: América.	4
Figura 3	Simulación realizada con el paquete EdGCM (modelo climático) en la NASA.	11
Figura 4	Escenarios IPCC92 a-f.	15
Figura 5	Distintas curvas EKC para distintos países.	21
Figura 6	Propuestas de construcción de redes de mundo pequeño a través de la reconexión.	27
Figura 7	Dos tipos de red de mundo pequeño, hay que recordar la opción b).	29
Figura 8	Ejemplo de una distribución de pareto de vértices.	32
Figura 9	Distribución de la riqueza en el mundo según NatGeo.	37
Figura 10	Gráficos globales de la simulación.	41
Figura 11	Ciclo principal, algoritmo de cooperación.	42
Figura 12	Ciclo principal, nivel 1 del algoritmo de cooperación.	43
Figura 13	Ciclo principal, nivel 2 del algoritmo de cooperación.	44
Figura 14	Opciones de reenlace en la red.	45
Figura 15	Actividad "Juega Vecinos" nivel 0.	46
Figura 16	Actividad "Juega Vecinos" nivel 1.	47
Figura 18	Hipótesis esperada en la simulación.	50
Figura 17	Actividad "Juega Vecinos" nivel 3.	52
Figura 19	Red de comercio inicial (agrupamiento) con el paquete Gepri.	53
Figura 20	Correlación estadística de las variables.	55
Figura 21	Comparativo de PIB, CO ₂ y GEU y su correlación aparente.	56
Figura 22	Dendograma de datos iniciales.	57
Figura 23	Análisis de agrupaciones en R.	58
Figura 24	Frecuencia de Importaciones.	59
Figura 25	La red de comercio mundial (RMC) 2010.	60
Figura 26	Componentes y relaciones de la columna vertebral de la RMC.	61
Figura 27	Conteo de enlaces de la RMC.	62
Figura 28	Muestra la jerarquía de la RMC.	63
Figura 29	Distribución de grado en la RMC.	66

Figura 30	Mostrando el cliqué mayor de la RMC en rojo. 67
Figura 31	Dendograma de la red RMC. 68
Figura 32	La red RMC con distintas escalas de representación. 69
Figura 33	La red RMC análisis de comunidades. 71
Figura 34	La red RMC análisis de comunidades, detalle. 72
Figura 35	La red RMC análisis de comunidades, agrupaciones. 73
Figura 36	La red RMC análisis de comunidades, columna vertebral simplificada. 74
Figura 37	Escenarios IPCC92 a-f POP. 75
Figura 38	Escenarios IPCC92 a-f PIB. 76
Figura 39	Escenarios IPCC92 a-f CO ₂ . 77
Figura 40	Distribución de las Eras en la Simulación. 78
Figura 41	Cuenta de escenarios. 79
Figura 42	Acercamiento a la RMC en comunidades. 83
Figura 43	Pantalla del simulador del algoritmo propuesto. 84
Figura 44	Distribución de eras. 86
Figura 45	Porcentajes por Tipo de Juego. 87
Figura 46	Distribución de eras con prob = 0,1 por tipo de juego (sección verde). 89
Figura 47	Distribución de eras con prob = 0,4 por tipo de juego (sección verde). 90
Figura 48	Distribución de eras con prob = 0,8 por tipo de juego (sección verde). 91
Figura 49	Distribución de eras con prob = 0,1 por tipo de juego (sección gris). 92
Figura 50	Frac. Coop. t-120 a) 93
Figura 51	Globales t-120 a) 93
Figura 52	Frac. Coop. t-120 b) 93
Figura 53	Globales t-120 b) 93
Figura 54	Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-120 (sección gris). 93
Figura 55	Frac. Coop. t-110 a) 95
Figura 56	Globales t-110 a) 95
Figura 57	Frac. Coop. t-110 b) 95
Figura 58	Globales t-110 b) 95
Figura 59	Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-110 (sección gris). 95
Figura 60	Frac. Coop. t-100 a) 96
Figura 61	Globales t-100 a) 96
Figura 62	Frac. Coop. t-100 b) 96
Figura 63	Globales t-100 b) 96

Figura 64	Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-100 (sección gris).	96
Figura 65	Frac. Coop. t-90 a)	97
Figura 66	Globales t-90 a)	97
Figura 67	Frac. Coop. t-90 b)	97
Figura 68	Globales t-90 b)	97
Figura 69	Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-90 (sección gris).	97
Figura 70	Frac. Coop. t-85 (2077)	98
Figura 71	Globales t-85 (2077)	98
Figura 72	Frac. Coop. t-75 (2067)	98
Figura 73	Globales t-75 (2067)	98
Figura 74	Frac. Coop. t-65 (2057)	99
Figura 75	Globales t-65 (2057)	99
Figura 76	Frac. Coop. t-55 (2047)	99
Figura 77	Globales t-55 (2047)	99
Figura 78	Frac. Coop. t-45 (2037)	100
Figura 79	Globales t-45 (2037)	100
Figura 80	Frac. Coop. t-35 (2027)	100
Figura 81	Globales t-35 (2027)	100
Figura 82	Frac. Coop. t-25 (2017)	101
Figura 83	Globales t-25 (2017)	101
Figura 84	Frac. Coop. t-15 (2007)	101
Figura 85	Globales t-15 (2007)	101
Figura 86	Análisis de Comunidades original.	101
Figura 87	Comunidad de Redes para la RMC en t = 120, 115 y 100.	106
Figura 88	Comunidad de Redes para la RMC en t = 85, 75 y 65.	107
Figura 89	Comunidad de Redes para la RMC en t = 55, 45 y 35.	108
Figura 90	Análisis de Comunidades en la Simulación (sección verde) en t = 45 y 55.	109
Figura 91	Agrupación de la RMC por ancho del enlace, basado en el algoritmo MCD.	111

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1	Lista de países con datos económicos insuficientes.	40
Cuadro 2	Marco de Trabajo del Dilema del Prisionero.	49
Cuadro 3	Marco de Trabajo de Caza al Venado.	49
Cuadro 4	Información General de Indicadores Mundiales.	54
Cuadro 5	Medidas globales de centralidad.	59
Cuadro 6	Medidas de centralidad globales RMC.	64
Cuadro 7	Medidas de topología RMC.	64
Cuadro 8	Medidas de centralidad redes sociales RMC.	81
Cuadro 9	Conteo de escenarios por eras (ticks).	82
Cuadro 10	Escenarios por probabilidad.	82
Cuadro 11	Tabulación de medidas de centralidad por red por era	105
Cuadro 12	Tabla resumen de corridas entre eras factibles.	112
Cuadro 13	Marco de Trabajo del Dilema del Prisionero	122
Cuadro 14	Marco de Trabajo del Último Juego	123
Cuadro 15	Marco de Trabajo del Juego del Pollo (Snow-drift)	123
Cuadro 16	Marco de Trabajo del Juego de Caza al Venado (Stag Hunt)	124
Cuadro 17	Lista de protocolos de revisión importantes	131

ACRÓNIMOS

CO ₂	Dióxido de Carbono
GDP	Gross Domestic Product o PIB
PIB	Producto Interno Bruto
GEU	General Energy Usage, Intensidad de la Energía
POP	Población (Mundial)
TOE	Tonne of Oil Equivalen, Tonelada Equivalente de Crudo
WTN	World Trade Network o RMC
RMC	Red Mundial de Comercio
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change, Panel Intergubernamental del Cambio Climático
MAS	Multi Agent System, Sistema Multiagente
TPP	Transboundary Pollution Problem, Problema de Contaminación Transfronterizo
EKC	Environmental Kuznets Curves o Curvas Ambientales Kuznets
ESS	Evoluteive Stable Strategy o EEE
EEE	Estrategia Evolutivamente Estable
NSS	Neutral Stable Strategy
ETL	Extraction, Transform and Load o Extracción, Transformación y Carga

Parte I

PRELIMINARES

"Doubt, the essential preliminary of all improvement and discovery, must accompany the stages of man's onward progress. The faculty of doubting and questioning, without which those of comparison and judgment would be useless, is itself a divine prerogative of the reason.", **Albert Pike** (1809-1891)

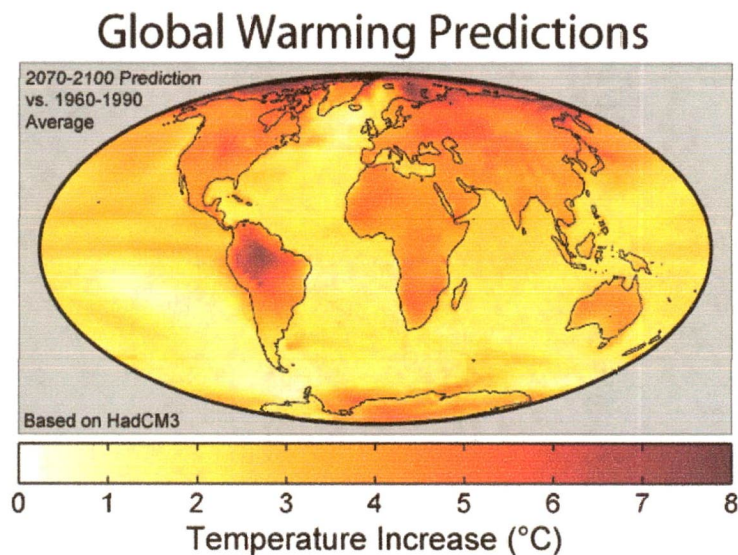


Figura 1: Simulación realizada con datos de HadCM3.

El calentamiento global es un fenómeno natural que sucede en especial en planetas con atmósfera y con condiciones climáticas específicas. Venus es un planeta que sufre de los efectos del calentamiento global debido a la composición química de su atmósfera, que está fundamentalmente compuesta de CO_2 y que se encuentra en una concentración alta como gas. Carl Sagan¹ en su tesis de doctorado desarrolló esta idea y las causas de esta situación en otros mundos incluyendo el nuestro.

El efecto del calentamiento global reside en el efecto que tiene el CO_2 en la atmósfera pues atrapa el calor reflejado por la tierra debido a la luz del sol y esto hace subir la temperatura, este aumento genera a su vez un cambio en el clima debido a que este factor cambia la temperatura del medio ambiente. Es ya incontrovertible que este calentamiento es debido a la industrialización de la humanidad y es debido a la práctica de desechar en el mar que se agudiza el efecto invernadero, la mayor concentración de CO_2 se integra al mar, que se calienta por el efecto invernadero en la atmósfera y entonces se libera

*Basado en Melillo
et al. [23]*

¹ <http://www.aip.org/history/climate/Venus.htm>

más CO₂ que calienta más la atmósfera, generando un ciclo positivo de calentamiento. El calentamiento del mar genera que en los polos se derrita la nieve y se tenga el efecto de que la tierra deshielada libere metano y CO₂, producto de que se pudra la materia orgánica atrapada en el hielo y esto acelera el efecto invernadero, al haber más agua en el océano y, al estar más caliente, las corrientes interoceánicas se detienen y esto hará que el delicado ecosistema de la tierra se pierda generando inicialmente dos efectos indeseables (v. Melillo et al. [23, p. 6-10]):

1. los lugares donde existía un clima lo mantendrán pero acentuado, haciendo de la tierra un lugar con áreas (como manchas) verdes que tienden a hundirse en lluvias y un desierto inhóspito peor que el Sahara (en el resto de la superficie que no está verde) y
2. al trastocarse los ecosistemas, las cadenas alimenticias se ven afectadas y entonces la flora y la fauna se tiene que adaptar, siendo esto la posible pérdida de alimentos a los que estábamos acostumbrados y entonces una hambruna mundial es inminente

El impacto de la industrialización es incontrovertible porque se sabe ya con mucha precisión que la tierra se calienta más y con los satélites de infrarrojos se observa donde (v. imagen inicial del Marco Teórico) y está localizado donde la industria se encuentra, además siempre está caliente (día o noche) así que no es un efecto natural.

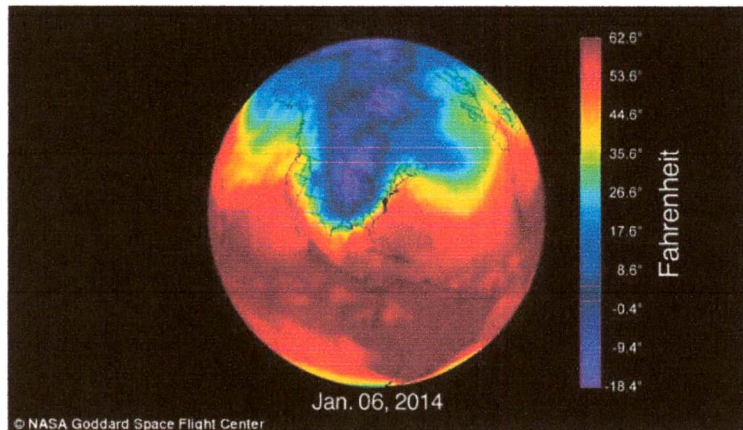


Figura 2: Foto tomada por el satélite climático de la NASA, hemisferio: Norte, continente: América.

Los análisis realizados al hielo en los polos muestra cómo era la huella de carbono hace muchos años (v. Marco Teórico) y no se asemeja en nada a los anteriores niveles. Entonces, la solución debe venir

de la industrialización, no podemos simplemente quitarla porque en realidad no es lógico, la economía está ligada a ello y de ésta se desprende la vida de todos los seres humanos, es la manera que tenemos de subsistir “racionalmente”. Simon Kuznets [19] realizó esta observación y generó su hipótesis de crecimiento demográfico y PIB, luego Krueger y Grossman en 1991 (v. Dinda [7]) la ampliaron hacia los contaminantes y el PIB y, de esta manera los economistas (v. Lorenzoni et al. [21]) realizaron la relación entre el crecimiento económico de un país y su contaminación de CO₂, así que este trabajo supone una cuestión simple, lo que sostiene en gran medida a un país ahora es el comercio, el comercio mundial ¿es posible tener algún efecto económico en la red de comercio mundial, tal que, podamos ayudar a reducir la contaminación por CO₂ y así atenuar en alguna medida el efecto invernadero? Ya el trabajo de Keller (v. Keller et al. [17]) introducía esta pregunta y trataba de encontrar la solución como un problema min-max involucrando al PIB como variable de análisis.

En el 2013 un artículo de Gilbert Ahamer (v. Ahamer [2]) reabrió el interés por los resultados con simulaciones y los escenarios ecológicos, desde 2006 este autor ha sido uno de los más influyentes al respecto de los resultados *in silico* y de analizar escenarios con teoría de juegos. En este artículo de 2013 se analiza el marco de trabajo para desarrollar simulaciones que ayuden a encontrar soluciones al calentamiento global y de esta manera ofrecer escenarios más creativos y realistas, utilizando la habilidad de los sistemas y su inagotable fuerza para realizar variaciones pequeñas a aproximaciones de las soluciones y así encontrar soluciones óptimas. Desarrolla tres ideas fundamentales que este trabajo desea explotar:

1. encontrar los parámetros (drivers) que definen la dinámica que se desea modelar,
2. la solución debe tener en cuenta las dinámicas (trayectorias) ya prevalecientes de los distintos parámetros elegidos - en este caso indicadores económicos - y
3. debe tomarse en cuenta soluciones realistas que permitan tomar en cuenta sus resultados en pro o en contra de una solución al calentamiento global

El artículo desarrolla más ideas, pero en general estos son los ejes de este trabajo.

Desde la esfera económica ya Elinor Ostrom (v. Ostrom [26]) en su trabajo sobre cambio climático había apuntado a una “solución” policéntrica (las comillas son propuestas por ella). Su tesis principal redanda al respecto de cómo llegamos a estos niveles de contaminación, fue por la suma integrada de muchos individuos a varios niveles, entonces así debe ser la solución, pensando que el proceso debe ser reversible y lineal hasta cierto grado. Contrasta enormemente con

La versión policéntrica de Ostrom va desde la escala de la ciudad hasta la de país, coordina esfuerzos y comunicaciones entre centros

la visión ecológica que observa que las soluciones globales (el tratado de Kyoto y los escenarios IPCC) no han servido de mucho para resolver el problema de contaminación y calentamiento global, y ahora bajan a la esfera de la ciudad para tratar de resolver el problema. Ya el trabajo de Nordhaus (v. Nordhaus [24]) buscaba encontrar un modelo o solución óptima con las variables económicas relevantes, este tipo de modelos tratan de maximizar las variables minimizando el CO₂ y de ahí el uso de marcos de trabajo como DICE (v. *Infra*).

El trabajo de Wei (v. Wei and Liu [41]) acerca de la Red Mundial de Comercio (WTN por sus siglas en inglés), analiza desde la perspectiva de las redes complejas la red de importaciones y exportaciones mundial haciendo énfasis en el Producto Interno Bruto (GDP por sus siglas en inglés) de cada país y un modelo gravitatorio de interacciones, basado mucho en la distancia y la masa (PIB) de los vértices de la red, que explica de cierta forma la manera en que los países se agrupan para comerciar con datos hasta el año 2000; en todo caso se concluyen tanto comunidades como las características de una red social. Finalmente el trabajo de Lee (v. Lee et al. [20]) al respecto de las medidas de centralidad de las redes complejas aplicadas a la red de comercio mundial cuya relevancia se encuentra en referir datos comparativos que ayudan a determinar un camino más seguro de análisis.

El trabajo de Serrano (v. Serrano and Boguñá [36]) que es un tratamiento similar al de Wei y anterior a éste, trabaja con patrones de tendencia de los indicadores económicos en juego a través de un análisis de la RMC, por medio del gasto económico y revisando, con herramientas de redes complejas las características locales y globales de la red, así como su evolución desde 1960 hasta el 2000; descubre la columna vertebral (backbone en inglés) de la RMC de 2000; el tratamiento es adecuado en especial para las variaciones económicas, que no siguen en general tendencias continuas que se puedan modelar con ecuaciones diferenciales, igualmente se descubre que la red en cuestión es una red social.

1.1 ORGANIZACIÓN

El siguiente trabajo está dividido en dos partes fundamentales:

Se pueden leer las partes de manera independiente

- la primera está dedicada a las redes complejas y al análisis de comunidades, descubriendo con las herramientas de las ciencias de la complejidad y en especial las desarrolladas en grafos dirigidos, las medidas y características de la red de comercio mundial, tanto a nivel local, como general de la red, encontramos que la economía tiene un beneficio directo de los hallazgos de esta parte
- la segunda parte está orientada a la teoría de juegos y las redes evolutivas, el crecimiento de redes y en especial el algoritmo de Santos y Pacheco para generar redes cooperativas a través del reenlace de nodos; encontramos que la ecología tiene un beneficio, debido a que se pone en ejecución una serie de escenarios ecológicos (IPCC-92, v. Infra) en un simulador de redes y se deja evolucionar con el algoritmo, los parámetros constituyentes del escenario a través de la programación Multi Agente (MAS), el objetivo es encontrar la red de cooperación económica que favorezca a los nodos (países) que cooperan (que tienen emisiones bajas) sobre los que no cooperan (que descuidan su índices de emisiones).

1.2 MATERIALES

La información vertida en el marco teórico proviene principalmente de libros de texto y artículos de revisión publicados en los últimos 10 años. Las simulaciones se realizaron en una MacBookPro con MacOS X v10.8 y NetLogo v5.1.1. El análisis matemático se desarrolló mayormente con Mathematica 9 Student edition. El análisis estadístico con R v2.10.1 para Mac. El análisis de comunidades con Cytoscape v3.2.0. Los ETLs se realizaron con bash y las gráficas automatizadas con gnuplot. La edición de las gráficas con Diptic para iOS y el texto final con Texpad (\LaTeX) para Mac.

Parte II

EL TRABAJO

"Individual commitment to a group effort - that is what makes a team work, a company work, a society work, a civilization work.", **Vince Lombardi** (1913-1970)

MARCO TEÓRICO

2.1 CALENTAMIENTO GLOBAL

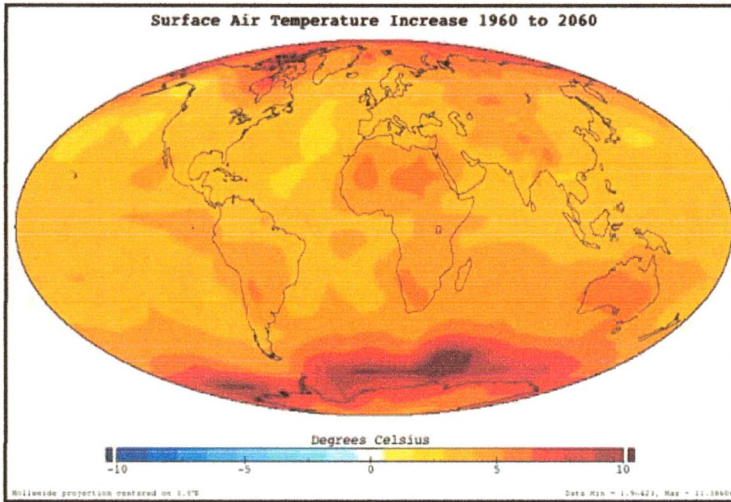


Figura 3: Simulación realizada con el paquete EdGCM (modelo climático) en la NASA.

2.1.1 Escenarios IPCC

El Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC por sus siglas en inglés) se creó en 1988 con la finalidad de proporcionar evaluaciones integrales del estado de los conocimientos científicos, técnicos y socioeconómicos sobre el cambio climático, sus causas, posibles repercusiones y estrategias de respuesta a través de informes, estudios y sistemas que permitan compartir estas actividades. Fue establecido por dos organizaciones de Naciones Unidas: la Organización Meteorológica Mundial (OMM) y el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (PNUMA), y posteriormente ratificada por la asamblea general de las Naciones Unidas mediante la Resolución 43/53. Su misión es proveer con evaluaciones científicas comprensivas sobre la información científica, técnica y socioeconómica actual sobre el riesgo de cambio climático provocado por la actividad humana, sus potenciales consecuencias medioam-

Basado en el artículo de revisión de Girod et al. [14]

La identidad Kaya y su crítica
 $\frac{\text{GDP}}{\text{POP}}$ Ingreso por persona
 $\frac{\text{GEU}}{\text{GDP}}$ Costo de la energía
 $\frac{\text{CO}_2}{\text{GEU}}$ Porción de carbono de la energía

bientales y socioeconómicas, y las posibles opciones para adaptarse a esas consecuencias o mitigar sus efectos. Está presidido por Rajendra K. Pachauri.

El concepto más importante para abordar los escenarios IPCC es la *identidad Kaya*, es una expresión matemática que se utiliza para describir la relación entre los factores que influyen en las tendencias relacionadas con la energía y las emisiones de dióxido de carbono que se emiten a la atmósfera. Esta relación fue desarrollada por el economista energético japonés **Yoichi Kaya** (v. *Manicore - Kaya*):

$$\text{CO}_2 = \text{POP} \left(\frac{\text{GDP}}{\text{POP}} \right) \left(\frac{\text{GEU}}{\text{GDP}} \right) \left(\frac{\text{CO}_2}{\text{GEU}} \right) \quad (1)$$

En general esta expresión es descuidada desde el punto de vista matemático pues expresa una identidad algebraica, de la cual no puede partirse, pues es una tautología simple. Sin embargo comúnmente puede utilizarse de dos maneras:

- como una relación de proporcionalidad entre el CO_2 y alguna de las otras variables *ceteris paribus*¹, como el PIB (GDP) y entonces se ve como

$$\text{CO}_2 = \alpha \cdot \text{GDP}, \alpha \in \mathbb{R} \quad (2)$$

La propuesta de este trabajo de identidad Kaya

- como una función que depende del tiempo y que sirve para calcular un tiempo siguiente (como la usaremos) *ceteris paribus*, entonces la podremos ver como

$$\frac{\text{CO}_2(t)}{\text{GDP}(t)} = \frac{\text{CO}_2(t_0)}{\text{GDP}(t_0)} = \alpha, \alpha > 0 \quad (3)$$

por lo que

$$\text{CO}_2(t) = \alpha \cdot \text{GDP}(t)$$

La notación aunque muy compactada no es del todo rara y se observa también en la física (aunque con una notación más explícita), por ejemplo, cuando se calcula la distancia recorrida con la velocidad promedio y el tiempo recorrido en una dimensión:

$$d = \langle v \rangle \cdot t$$

que en realidad

$$d = \left(\frac{d}{t} \right) \cdot t$$

que en esencia es la misma relación que la anterior.

¹ Todo lo demás constante.

Es una expresión recurrente que depende de los valores anteriores para así definir un valor futuro de CO₂; se puede obtener tomando valores nuevos de PIB (GDP), GEU ² y POP (Población Mundial). Aunque la identidad está sufriendo transformaciones, es el primer acercamiento existente para analizar la dependencia de la contaminación de gases de efecto invernadero y el crecimiento económico.

El IPCC ha preparado cuatro informes de evaluación en varios volúmenes. El Grupo especial sobre datos y escenarios en apoyo de los análisis de impacto y del clima (TGICA por sus siglas en inglés) facilita la distribución y la aplicación de los datos y escenarios relativos al cambio climático. El TGICA supervisa un Centro de distribución de datos (CDD) que proporciona conjuntos de datos, escenarios de cambio climático y otras condiciones medioambientales y socioeconómicas, así como otros documentos (por ejemplo, directrices técnicas sobre la utilización de escenarios y fichas informativas con explicaciones aclaratorias y orientaciones concisas sobre cuestiones de actualidad).

Los escenarios IPCC son la base de diferentes trabajos de investigación del cambio climático, son visiones socio-económico-ecológico-ambientales que resultan del análisis y coordinación del panel de expertos. Existen tres grandes escenarios aprobados (con subescenarios):

- SA90,
- IS92 y
- SRES

Los escenarios de emisiones son un componente central de cualquier evaluación del cambio climático. Estos informes contienen cuatro escenarios diferentes incluyendo su impacto estimado en el clima. Los escenarios de emisiones se basan en la evaluación de una posible estrategia de mitigación y políticas para la prevención del cambio climático. Dos escenarios enfatizan en riqueza material y los otros dos en sostenibilidad y equidad. Adicionalmente, dos escenarios enfatizan en globalización y dos en regionalización. Éstos proporcionan a la IPCC las siguiente combinación y número original:

- A1: globalización, énfasis en riqueza humana. Globalizado, intensivo (fuerzas del mercado)
- A2: regionalización, énfasis en riqueza humana. Regional, intensivo (golpeo de civilizaciones)

² Inicialmente es el resultado que se obtiene de realizar el cociente entre la energía demandada y el PIB de la zona medida. En especial se refiere a uso de la energía por las personas y que se relaciona con el desarrollo tecnológico, se mide anualmente y combina las distintas fuentes energéticas: petróleo, gas, electricidad, energía atómica, eólica y solar principalmente aunque en algunos otros estudios también involucran la biomasa, energía geotérmica, hidráulica y del océano.

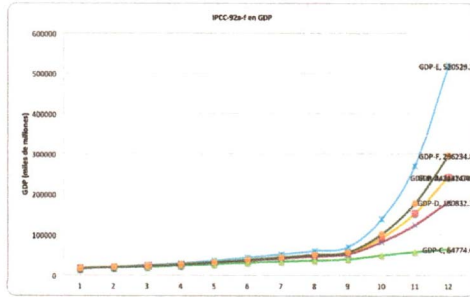
- B1: globalización, énfasis en sostenibilidad y equidad. Globalizado, extensivo (desarrollo sostenible)
- B2: regionalización, énfasis en sostenibilidad y equidad. Regional, extensivo (bolsa verde, mezcla)

Los escenarios IS92 toman en cuenta las variables: población, crecimiento del ingreso y recursos fósiles:

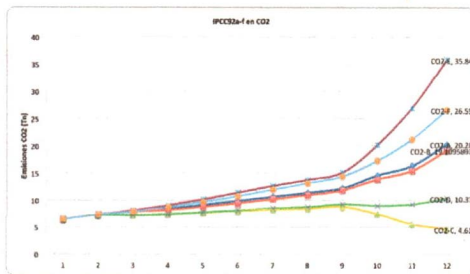
“seis escenarios IPCC (IS92a-f) forman parte del cuerpo de suposiciones [...] que afectan al futuro de las emisiones de los gases de efecto invernadero en ausencia de políticas adicionales a las ya existentes que traten de controlarlas”

(v. Girod et al. [14]). No pierde generalidad decir que los escenarios IS92 se encuentran entre las más neutros y completos de todos los generados por el IPCC, cuando se crearon se intentó actualizar los de SA90 y sirvieron como base de los SRES. Los escenarios IS92 y SRES se pueden utilizar solo como herramientas para evaluar las consecuencias de futuros sin intervención, sirven para contratar los posibles trabajos tendientes a reducir emisiones y revisar su eficiencia. Es interesante notar, que los escenarios toman en cuenta aproximadamente el 80% de los países de referencia del Banco Mundial para su análisis, divididos en 9 regiones.

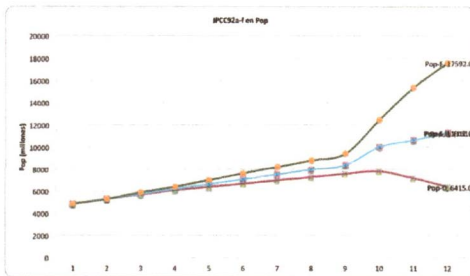
Debido a que los escenarios se conciben como posibles todos, se debe tratar de no asignarles alguna probabilidad. Las gráficas siguientes muestran la tendencia de cada uno de estos escenarios (IPCC1992a-f) en distintos colores para los indicadores PIB, CO₂ y POP el eje de las abscisas representa la progresión de los años a partir de 1992 cada dos años (v. Fig.4).



(a) PIB



(b) CO₂



(c) POP

Figura 4: Escenarios IPCC92 a-f.

2.1.2 Huella de Carbono

Los escenarios ofrecen una visión posible y futurista de observar el comportamiento de los factores involucrados en la llamada *Huella de Carbono* (*Carbon footprint* en inglés) que es el resultante de gases de efecto invernadero que un individuo (en este caso un país) genera por su actividad (en este caso económica).

El modelo de cálculo
del CO₂ para este
trabajo

Para los términos prácticos de este trabajo, los elementos que forman parte de dicha huella son los que se encuentran en la identidad Kaya (v. Supra) y como en el caso del trabajo de Raupach (v. Raupach et al. [31]) se identifican como las palancas de valor (*drivers*) necesarias para calcular las tendencias futuras de dichas palancas; en este trabajo se desarrolla la relación de recurrencia para el cálculo del CO₂ de manera empírica a través de la reunión de distintos componentes (abajo definidos) y la ya establecida — solución no-lineal — el análisis refiere a combinar las tasas de crecimiento observadas de los miembros de la identidad Kaya, aplicado a cada país (*i*-ésimo nodo de la red)(v. Supra) de la siguiente manera:

Sean

$$F = \text{CO}_2(t), P = \text{POP}, G = \text{GDP},$$

$$h = \frac{F}{G} = \frac{\text{CO}_2(t)}{\text{GDP}},$$

$$g = \frac{\text{GDP}}{\text{POP}}, e = \frac{\text{GEU}}{\text{GDP}}, f = \frac{\text{CO}_2(t-1)}{\text{GEU}}$$

y

$$r(F) = r(P) + r(g) + r(e) + r(f), \quad (4)$$

Siendo r la producción de CO₂ calculada al tiempo t , del tiempo $t - 1$. La función r es la versión discreta de la derivada o tasa de cambio del CO₂, por lo que es una diferencia entre el valor al tiempo actual y el valor al tiempo anterior de cada uno de los miembros. Así es cierto en especial:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = r(P) \quad (5)$$

Y así en general a los demás miembros excepto F . Aplicado a cada término o variable económica de la identidad Kaya y a cada nodo o país de la red de comercio (en el artículo, hacen grupos de países de acuerdo a sus bloques económicos) y a una dimensión temporal discreta, la contribución de los grupos o sus integrantes, genera una solución no-lineal final por la suma de las contribuciones (*i*-ésimo nodo de la red), por lo que el CO₂ total se calcula como (tomando (1) y la nueva definición de F):

$$F = \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n P_i g_i e_i f_i = \sum_{i=1}^n P_i g_i h_i \quad (6)$$

Cada relación, cuando se aplica a cada nodo trae un subíndice que identifica a cada nodo y establece condiciones propias del nodo (país), por eso podemos recalcular F .

Finalmente la tasa de crecimiento $r(F)$ se puede calcular como (aplicando (4), (5) y (6)):

$$r(F) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_i}{F} r(F_i) \right) \quad (7)$$

Los resultados de este trabajo dan la confianza de que este enfoque genera de manera global un cálculo que ayuda a definir de manera segura valores de CO_2 que con el tiempo se apegan a las observaciones.

La ecuación de cálculo de CO_2 , evitando el cálculo de un polinomio de 3^{er} grado

2.2 VISIÓN ECONÓMICA

En economía se establecen modelos de manejo de contaminación como la ejecución de las políticas económicas. Se considera una *externalidad* a una condición en el mercado que le impide llegar a su punto (o región) óptimo (o de Pareto), así, la contaminación por gases de invernadero representa una externalidad que amenaza a la administración y aprovechamiento de los recursos naturales o el medio ambiente para transformarlo en bienes de consumo o para vivir ³. De esta manera la economía se hace del problema y le busca una solución. Al punto de la definición se establece que las *externalidades* pueden ser *positivas* o *negativas* y este signo tiene que ver con la manera en que abona a la producción de bienestar y/o riqueza.

Bienes comunes y
sus problemas

Otro concepto a tomar en cuenta en la economía de la contaminación, es la de *propiedad* (*ownership*). Hablando de recursos naturales ya no es sencillo definir la propiedad de los mismos en el contexto geográfico, en donde la propiedad ya no tiene una clara definición, ese es el contexto de bienes comunes: mar, atmósfera, capa de ozono, etc. El problema surge no solo de la imposibilidad de determinar límites, estos bienes son continuos y en movimiento, por lo que la propiedad es una característica imposible de determinar, pero aún más, los efectos y en este caso la contaminación sobre los mismos, se reparte por igual en todos los participantes del bien; estos efectos se vuelven entonces en externalidades económicas.

Los **problemas ambientales** en especial, encuentran tres características importantes a modelar:

INTERDEPENDENCIA . La estrategia de interdependencia se encuentra presente cuando las acciones de un agente económico individual afectan o influyen el bienestar (utilidad, ganancia) de otro agente. La interdependencia causa necesariamente externalidades

TIEMPO . Los problemas ambientales son dinámicos en naturaleza y por ello, el tiempo es una variable importante a tomar en cuenta

COMPORTAMIENTO ESTRATÉGICO Y DE AVANZADA (*forward-looking*). Hay conjuntos de agentes (firmas, comunidades, regiones, etc.) cuyas acciones afectan al ambiente, en la dinámica global, estas acciones y planes pueden ser opuestos o complementarios entre sí pero dentro de una distribución aleatoria

En la economía los modelos matemáticos que buscan analizar el problema de la contaminación se denominan juegos dinámicos (v. *Infra*), se han utilizado de manera histórica para demostrar la validez

³ En el trabajo de Snidal (v. Snidal [39]) se hace ver que una externalidad se modela con juegos PD (v. *Infra*) y en especial en los problemas de cooperación donde las políticas económicas deciden la cooperación y el tipo de régimen.

de las conjeturas y la relevancia de las variables que los científicos establecen. Estos juegos son del tipo que se llevan a cabo en el tiempo, por lo que se tiene un valor (estado) por cada unidad de tiempo (o intervalo, según se defina el tiempo como discreto o continuo). Los juegos tienen variables de decisión que controlan la dinámica del juego y por ende las ganancias (profit) de los agentes. Se observa que la contaminación proviene de muchas fuentes y se hace la distinción en dos tipos: locales y globales, las locales tienen el ámbito de autoridades y coaliciones de alcances pequeños; las globales se mide a nivel de países y regiones y no hay forma de medir con precisión lo que cada región contamina y se vuelve un ejercicio de cálculo ponderado (identidad Kaya v. Supra). El dilema surge básicamente en entender o definir cuál es la mejor estrategia, si las acciones locales extendidas al ámbito global o las acciones globales que bajan en cascada a nivel local; la primera tiene que ver con una sinergia de acciones y se espera que la suma de ellas genere un cambio global, la segunda tiene que ver con un control central que busca bajar las directrices generales a acciones concretas que se revisan en cumplimiento.

Los dos tipos de estrategias, llevan a una división en política económica:

INSTRUMENTOS DE CONTROL Y COMANDOS , en donde se prohíben tecnologías y procedimientos, y

INSTRUMENTOS BASADOS EN EL MERCADO , en donde se acuerda de manera multilateral y voluntariamente generando incentivos y multas (impuestos)

Analizando la estrategia primera (instrumentos de control y comandos), se ha encontrado que el camino de multas e impuestos (Pigouvianos⁴) no genera una forma efectiva de reducción de emisiones y solo le conviene a los pocos que se apegan a la política (v. [Jørgensen et al. \[15, sección 2.1 y 2.1.1\]](#)). Estos modelos resultan en abstracciones de juegos de Stackelberg con una serie de competidores que siguen a un líder, así que de esta forma aunque se modela a los países ricos también se establece un orden ficticio. La situación se complica cuando se busca en el modelo el equilibrio de Stackelberg o el de Nash (v. [Infra](#)) y se busca la mezcla óptima de impuestos y contaminación, pues la producción se ve trastocada y entonces el sistema se vuelve inestable (se internaliza el costo). Más aún, hay estudios (v. [Jørgensen et al. \[15, sección 2.1.1\]](#)) que demuestran que la producción de un bien mercantilizado (*commodity*) internacionalmente se convierte en contaminación, el modelo es un juego dinámico que utiliza cadenas de Markov para establecer la mejor estrategia.

⁴ Los impuestos pigouvianos son un tipo de impuesto que busca corregir una externalidad negativa. En honor del economista británico Arthur Pigou, quien fue el primero en proponer que se enfrentaran las externalidades de esta manera.

En este contexto de instrumentos de control de contaminación (segunda estrategia), se ha modelado el medio ambiente en dos sentidos, como un conjunto de ecuaciones diferenciales y como un proceso de difusión, en donde se simulan las condiciones económicas con relación a las emisiones modeladas como se indica (v. Jørgensen et al. [15, sección 2.1.2]), con lo que se critican estos esfuerzos por lo complicado de su diseño y con ello la validez de sus resultados. También se hace la revisión al respecto de la conjetura sobre las emisiones y su reversibilidad, porque es un supuesto muy fuerte que una vez que se reduzcan las emisiones el calentamiento bajará, y de ser así lo que no se sabe es en qué medida y a qué tasa.

Note como es que para un cartel de drogas la externalidad contaminante no le afecta en su actividad económica y para la el comercio internacional sí, ambos comercian en el mundo, pero su escala y operación es distinta

Finalmente en este contexto, se analizan dos coaliciones que resultan opuestas a pesar están en escalas diferentes, el cártel y los países importadores; en cierta escala los cárteles oligopólicos buscan obtener recursos de los países importadores y éstos otros a su vez, buscan abastecer las demandas de otros agentes, pero los cárteles son de los más importantes, debido su práctica y a su distribución, se demuestra que un cártel no tiene problemas de externalidades y no tiene necesidad de tomar en cuenta la variable contaminante por el manejo que tiene de los precios. Los modelos económicos deben tomar en cuenta a estas entidades y sus efectos porque resultan una especie de oportunistas (*free riders*⁵, v. infra.) y afecta a la economía local por su dimensión.

Una dimensión adicional que se ha estudiado en modelos económicos es la que tiene que ver con los límites geográficos (*TPP transboundary pollution problem*), se reconocen dos tipos:

- unidireccional o cuesta abajo
- internacional

Este trabajo se centra en una solución TPP que es una mezcla de juego dinámico empírico buscando que sea cooperativa

En el primero se toma a una coalición de empresas/regiones/países que contaminan a las regiones a las que pertenecen; en el segundo es un conjunto representativo de naciones que causan la contaminación en el mundo. Una característica básica de los TPP es que no existe organismo internacional que los maneje, los pueda multar o solucionar el problema, los modelos desarrollados para este tipo de dimensión están concentrados en:

SOLUCIONES COOPERATIVAS Y NO-COOPERATIVAS . Se enfocan en la determinación y comparación de estos dos tipos de solución

TRATADOS INTERNACIONALES DEL MEDIO AMBIENTE . Buscan analizar la estabilidad de los tratados utilizando juegos cooperativos y no-cooperativos

JUEGOS DINÁMICOS EMPÍRICOS TPP . Utilizan datos reales o realistas para generar beneficios en los juegos

5 Oportunistas.

El utilizar una herramienta como el escenario IPCC es base para el un juego TPP, en este caso este trabajo tiene que ver con estos juegos y sus variaciones.

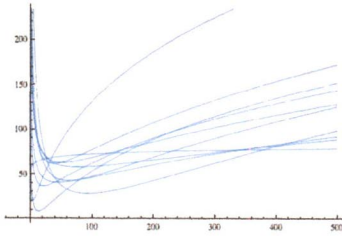


Figura 5: Distintas curvas EKC para distintos países.

La última dimensión a considerar es la macroeconomía, tiene que ver con el crecimiento sustentable y el desarrollo de los países, esta dimensión tiene un sustento incipiente en teoría de juegos y requiere más estudio y análisis; el estudio de las curvas Kuznets⁶ para el PIB y el CO₂ es uno de ellos (v. *Agras and Chapman* [1]). De acuerdo con lo que sugieren las Curvas Ambientales Kuznets (EKC) cuando

un país trata de crecer y desarrollarse, lo hace a partir de depredar su medio ambiente y cuando lo ha logrado, la industria comienza a eficientarse y luego busca mejorar sus procesos y con ello mejorar el medio ambiente, esta es la razón de que se vea la tendencia de “U” invertida en las curvas (v. *Agras and Chapman* [1, fig. 2]). Estudios empíricos (v. *Perman and Stern* [27]) demuestran esta tendencia en ciertos países y en ciertos momentos, pero este análisis está determinado bajo la teoría Neoclásica económica que fundamentalmente asume la oferta y demanda como determinantes de la participación del precio y el equilibrio de mercado que afectan a la asignación de la producción como a la distribución de los ingresos. A partir de los 1990’s la teoría de crecimiento endógeno ha introducido nuevas variables a considerar, estos modelos establecen la importancia de la tecnología, el capital humano, la inversión pública y otras formas de conocimiento; estos modelos han ayudado a tratar de responder las preguntas:

- ¿Bajo qué condiciones son compatibles el crecimiento económico y la preservación del medio ambiente?
- ¿Cuál es la relación entre crecimiento óptimo y sustentabilidad?
- ¿Cuáles son las consecuencias que tienen las políticas para preservar el medio ambiente en el crecimiento?

6 En honor a Simon Kuznets quien describió este comportamiento pero para el crecimiento económico, en función al crecimiento demográfico (v. *Kuznets* [19]); las curvas EKC fueron propuestas por primera vez por Grossman y Krueger en 1991 (v. *Dinda* [7]) relacionando los contaminantes y el crecimiento económico en PIB.

Como se observa, los modelos endógenos⁷ (y exógenos⁸) se han enfocado en la investigación de problemas cerrados de soluciones óptimas (v. Popp⁹ [30]) para la economía, son modelos de crecimiento dinámico y se han usado en general para evaluar incentivos en países o para analizar los efectos de los tratados internacionales como el **Protocolo de Kioto**. Como ejemplo se encuentran los modelos RICE/-DICE¹⁰ que desarrolló la Universidad de Yale para integrar economía y geofísica y así analizar el cambio climático con el fin de tratar de determinar la efectividad de la adopción de políticas que den sustentabilidad y permitan cuidar el medio ambiente.

En la actualidad Ostrom (v. Ostrom [26]) hace un análisis pormenorizado de lo que a su parecer es una solución al problema del calentamiento global partiendo de la teoría de juegos (v. *Infra*), su tesis principal es que debido a que el nivel de contaminación de los gases de efecto invernadero es muy alto, resultado del efecto combinado de los diferentes agentes (en este caso contaminantes) en distintas escalas e intensidades (externalidades) debe encontrarse una solución que capture esta dinámica pero a la inversa. De esta manera tanto el ciudadano como la microempresa, como el gobierno y los estados cumplen con su “cuota” contaminante, que de manera individual parece pequeña, pero que sumado nos tiene en el nivel actual. Es una especie de solución que va de lo local a lo general con monitoreo, un juego TPP en todo caso (v. *Supra*).

Establece cómo es que las soluciones globales no son efectivas y cita el Tratado de Kioto como el ejemplo de una solución global bien pensada, pero que no es seguida por los que la suscriben (Ostrom [26, p. 72]).

Por éstas y otras razones de índole ecológica (como la homogeneidad de la mezcla de gases en la atmósfera o el efecto contaminante de la deforestación y la quema de bosques) establece la necesidad de cambiar el paradigma de solución. Utilizando la teoría de Juegos (v. *Infra*) hace uso de los conceptos de estrategia, ganancia y punto óptimo, para establecer que, el efecto de reducir los índices de efecto invernadero en la atmósfera debe ser un punto óptimo de ganancia para cada individuo, siendo que si pasamos el problema (n-juego) a uno de información perfecta (v. Apéndice A.1) y de intereses varios

⁷ El crecimiento económico es el resultado de factores endógenos y no de fuerzas externas como propone la teoría neoclásica. El capital humano, la innovación y el conocimiento contribuyen de manera significativa a potenciar el crecimiento. El modelo AK es el más sencillo al respecto.

⁸ Es un modelo macroeconómico creado para explicar el crecimiento económico y las variables que inciden en éste en el largo plazo. Proviene de la teoría Neoclásica que toma en cuenta la tecnología, el capital y la mano de obra para generar riqueza. El modelo de Solow es el más destacado.

⁹ Este autor analiza los modelos de equilibrio (CGE en inglés) como el DEMETER, siguen en la búsqueda de generar una función y reducir al problema a uno de min-max (v. Gerlagh and van der Zwaan [13])

¹⁰ <http://www.econ.yale.edu/~nordhaus/homepage/dicemodels.htm>

(estrategia mixta), al dilema de cooperación, el problema se reduce a resolver el conjunto de opciones por individuo (perfil de estrategia) necesarias para reducir el nivel actual (busca el equilibrio de Nash del juego).

Para ello redefine lo que se denomina: el dilema social, que tiene como contraparte las reglas del juego (juego en forma normal). Cada dilema social tiene una contraparte, carecen de optimalidad, desde el punto de vista de la teoría de juegos, a nivel de las ciencias sociales que tienen que ver con problemas de bienes públicos se les considera dilemas de productores/consumidores y llevan a la **Tragedia de los Comunes**. La tragedia trata de que los miembros de la comunidad que comparten bienes o servicios comunes (agua de un río o un transporte público) y deben tomar acciones para mantener en uso el bien público; de manera ideal cada integrante tiene participación recíproca de acuerdo con la necesidad y su reputación social (es decir, cooperación por reputación, v. Nowak and Highfield [25]), el efecto indeseable de esta dinámica es que aparecen los oportunistas (*free riders*) que se aprovechan de la falta de claridad en las reglas de cooperación¹¹ y cooperan mínimamente (su reciprocidad es mínima). El problema de los oportunistas es que incitan a los cooperadores a dejar de trabajar y generan la tendencia hacia tener una comunidad de oportunistas, el resultado neto es que el bien público se consume (el río se seca o se contamina, el camión se descompone). Un ejemplo clásico de esto en teoría de juegos es el dilema del prisionero (v. Apéndice A.1) que solo se escapa cuando el perfil de estrategia cambia y se vuelve un juego de coordinación (v. Santos et al. [33]).

Finalmente y ésto es a mi parecer, la médula del problema de Ostrom, desde la perspectiva económica, centra un poco la mirada en lo efectivo de las políticas y en especial de las económicas; desde hace mucho tiempo atrás, en las ciencias sociales se ha invertido tiempo en la creación y edificación de leyes y políticas y de lo que se adolece más es de lo perfectibles que son y lo útiles (o no) que se vuelven con el tiempo. Apunta hacia el problema de las fugas (*leakage*) — excepciones a las políticas que generan externalidades — y de cómo la falta de precisión de una política, ley, regla o estatuto o la ejecución inefectiva de las mismas llevan a situaciones conocidas en donde:

FUGAS ENTRE LOCALIDADES , a saber, cuando para cumplir con una norma (de manera genérica a las anteriores) se buscan localidades en donde no exista esta restricción y se pueda entonces seguir con la actividad sin una variación real a la manera de

11 En el trabajo de Snidal (v. Snidal [39]) establece que no siempre los dilemas de cooperación tienen como juego uno de coordinación o anti-coordinación como PD, sino que hay que considerar además la acción del problema, si es de acción colectiva o no y las implicaciones del resultado del juego serán diferentes. Snidal establece:

“... debido a que la asistencia mutua [es mejor] que actuar independientemente, hay lugar entonces para la cooperación en PD.”

Algunas ideas sobre cooperación y teoría de juegos en la economía y los dilemas sociales

producir; entonces el caso de los Estados Unidos que en su país ya no contamina de la misma forma, porque los centros manufactureros se han trasladado a China, en donde la regulación ecológica es mínima y buscan crecer desesperadamente, entonces no es que se tenga una mejor forma de producir sino que se contamina en otra localidad o;

FUGAS DE MERCADO , en donde tenemos la situación de que una norma impide un actividad porque el recurso es protegido, pero ese recurso es parte de la cadena productiva y no hay alternativa, el mercado lo encarece y sobreviene la depredación y luego su degradación

A estos escenarios Ostrom deja entrever que la solución debe ser no solo concertada, sino sincronizada.

La visión policéntrica de Ostrom, está mayormente en línea con las ciencias de la complejidad, que con la economía pura, ambos piensan que la escala tiene una gran relevancia para el fenómeno y hace una apología de varios párrafos haciendo alusión a este hecho:

“jurisdicciones múltiples con distintos alcances y escalas dentro de la organización le ofrecen tanto a los ciudadanos como a los funcionarios más opciones, y de esta manera pueden producir y ofrecer bienes públicos que utilicen las mejores tecnologías disponibles, para lograr mejores economías y evitar diseconomías de escala, de esta forma obtener mejora en el desempeño del tiempo”¹²

Ostrom [26, p. 92]

La visión policéntrica tiene la característica de realizar acciones en diferentes escalas, diferentes acciones en distintas escalas, conjetura Ostrom, puede lograr el cambio necesario para que los niveles de gases de invernadero se reduzcan, sin embargo no establece cómo deben coordinarse estos esfuerzos y al final parece más bien una solución lineal aunque un modelo más detallado ayudaría a hacer un análisis que nos mueva de una conjetura lineal a un proceso con una dinámica compleja.

12 Esto muestra que el modelo que está dibujando es endógeno.

2.3 VISIÓN DE TEORÍA DE JUEGOS, CALENTAMIENTO GLOBAL Y ECONOMÍA

En 1997 Tesfatsion desarrolla su trabajo (v. Tesfatsion [40]) donde se establecen las bases para la simulación de una red de comercio con autómatas en un ambiente computacional. El modelo de Tesfatsion toma en cuenta dos escalas importantes que ayudan a centrar la utilidad de este marco de trabajo: los llamados mercados de compradores/vendedores y los mercados de dos lados (*two sided market*¹³), el trabajo apunta a verificar la conjetura económica al respecto de la escala de trabajo de las políticas: local o global (v. Infra), de esta forma se puede analizar alguno de los escenarios económicos posibles. Sin embargo, el trabajo deriva en la interacción local y en dos escenarios posibles, el comercio uno a uno entre países (nodos) y el de crédito. Con lo que se establece la capacidad de las simulaciones para analizar escenarios complicados, con más de dos variables cambiando.

2.3.1 Red de Comercio Mundial

La red de comercio mundial (RMC) ha sido estudiada de muchas maneras porque es columna vertebral del capitalismo, a través de las mercaderías no solo pasa el comercio sino el tráfico y el turismo así que es la actividad económica más importante en nuestros días y que denota con mayor facilidad la influencia y bienestar de un país, refleja en última instancia su avance y nivel de bienestar.

Basado en el artículo
de revisión de
Schiavo et al. [34]

2.3.1.1 Redes Complejas

Una red es una descripción matemática del estado de un sistema en un punto determinado en términos de dos elementos simples: un grafo¹⁴

$$G(v, L), v \in V \quad (8)$$

donde

$$V = \{v_1, \dots, v_V\}, V \subseteq \mathbb{N} \quad (9)$$

donde

$$L = \{(v_i, v_j)\} \subset V \times V, L = f(v_i, v_j) \quad (10)$$

y

$$\exists k \in \mathbb{N}; \langle k \rangle = V^{-1} \sum_{i=1}^V k_i \quad (11)$$

¹³ Es un mercado en el que un grupo de usuarios genera una externalidad sobre otro distinto, existiendo una plataforma que los pone en contacto, como en las tarjetas de crédito, las consolas de videojuego o los sitios de subastas. La mayor diferencia entre este tipo de mercados y los estándar tiene que ver en su punto óptimo, pues no tratan de maximizar su beneficio, sino que un grupo de usuarios subvencione a otro con su beneficio.

¹⁴ v. Notas de Max Aldana <http://www.fis.unam.mx/~max/English/notasredes.pdf>

esto último es la conectividad del nodo y de la red respectivamente y también se le llama grado.

Tiene nodos (vértices, V) y arcos (ligas, L) que representan puntos característicos del sistema (nodos) y su relación con los demás (arcos), los arcos pueden tener (grafo dirigido) o no dirección (grafo no dirigido), los nodos que comparten una liga (arco) que los relacione se dicen adyacentes; de esta forma definimos un grafo y a través de esta herramienta, entonces se pueden definir características importantes de su relación, una representación útil tiene que ver con la matriz de adyacencias que relaciona al grupo de nodos de manera biunívoca en una matriz matemática, debido a que el grafo representa a un sistema lineal es susceptible de que se le apliquen caracterizaciones y transformaciones lineales de forma exitosa. Un sistema socioeconómico puede analizarse bajo la forma de una red y como marco de trabajo la teoría de redes o grafos (v. Schiavo et al. [34]). El análisis de una red puede hacerse desde dos perspectivas importantes: estática y dinámica.

De forma estática tiene que ver con la topología de la red (los elementos de la red que no cambian con transformaciones continuas). En el caso de la red de comercio internacional, el grafo o red captura de manera simplificada la estructura de las interacciones entre países y nos permite explorar caminos, circuitos y conexiones posibles. La estadística nos ayuda a conocer relaciones de primer orden, el análisis de redes complejas nos permite conocer relaciones más profundas. Una red se dice compleja, si lo que representa es un sistema complejo, a veces en la literatura se les denomina a éstas redes reales, porque representan sistemas reales que tiene comportamientos complejos en su dinámica.

El análisis topológico de las redes complejas conlleva muchas variables, pero solo dos son representativas de los tres tipos conocidos:

1. Coeficiente de agregación, C . Es la probabilidad de que dos nodos conectados directamente esté conectado a un tercer nodo¹⁵ entre sí
2. La distribución de conexiones (el grado, v. Supra), $P(k)$. Es la probabilidad de que un nodo escogido al azar tenga k (el grado) conexiones (o vecinos), en las topologías conocidas de redes complejas tenemos:

$${}^{16}P(k) = e^{-z} \frac{z^k}{k!},$$

$${}^{17}P(k) = Ce^{-\alpha k} \gamma$$

¹⁵ Cuantifica qué tanto está de agrupado (o interconectado) con sus vecinos. Un valor pequeño indica un nodo poco conectado.

¹⁶ Distribución de Poisson.

$${}^{18}P(k) = Ck^{-\tau}$$

El grado de entrada y salida se definen a continuación en una red dirigida

$$k_i^{\text{int}}, k_j^{\text{ext}} \in \mathbb{N}, i, j \in V \quad (12)$$

son extensiones de la definición (11) y que aluden a el número de vecinos de entrada a un nodo (vértice) y de salida respectivamente. Comúnmente se suman algebraicamente para saber el grado de cada nodo.

En 1960 Stanley Milgram ejecutó el experimento de mundo pequeño, descubriendo de manera empírica un tipo de red muy encontrada, las redes de mundo pequeño o redes del 6° grado. El hallazgo fue encontrar que tenemos relación con otras personas en a lo más 6 saltos (relaciones o arcos). Hablando de una manera suelta: es una red en la que la mayoría de los nodos no son vecinos (adyacentes, v. Supra), pero se tiene un camino entre todos los nodos a través de pocos saltos (menos de 6). Watts y Strogatz estudian el modelo para construir redes de mundo pequeño que se basa fundamentalmente en la reconexión de otra red (aleatoria, a partir del modelo de Erdos-Renyi) como se muestra en la figura¹⁹.

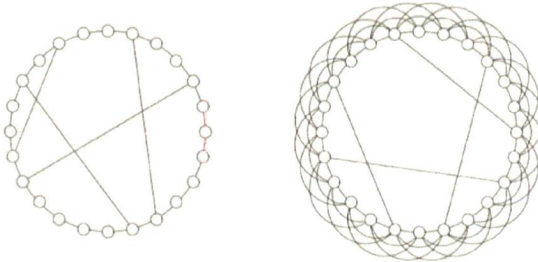


Figura 6: Propuestas de construcción de redes de mundo pequeño a través de la reconexión.

2.3.1.2 Redes Sociales

Algunas redes complejas, denominadas reales tienen características específicas, son jerárquicas porque su topología (v. Kantarci and Labatut [16]) es determinada, el estudio de las redes reales orientadas a organizaciones de personas (sociales), dan nombre tanto a las redes como al análisis. Los conglomerados de subredes (agrupaciones), a

Basado en el artículo
de revisión de
Fortunato [10]

¹⁷ Distribución Exponencial.

¹⁸ Distribución Libre de Escala.

¹⁹ v. Cohen and Havlin [5]

veces siguen las reglas de agrupación que se pueden medir de manera estática, es porque son jerárquicas que se miran conglomerados de subredes en la red. Estas subredes en el análisis de redes sociales se llaman comunidades. El primer análisis de comunidades lo desarrolló Weiss y Jacobson (v. Fortunato [10]) en 1955, buscaban grupos dentro de una agencia gubernamental. Los autores estudiaron la matriz de relaciones laborales (matriz de adyacencias) entre los miembros de la agencia, que fueron identificados por medio de entrevistas privadas. Se puede decir, que las redes sociales son un paradigma de los grafos que tienen en su interior comunidades (el nombre tiene un significado social).

En estas redes, las relaciones que existen pueden no ser recíprocas (i.e. las relaciones son dirigidas) y por lo tanto la dirección debe tomarse en cuenta para entender la dinámica del sistema en general. En el caso de la detección de comunidades la direccionalidad de las relaciones es de poca importancia, sin embargo en el caso del descubrimiento de particiones (*partition*) es de suma importancia la dirección y se ha demostrado que el no tomar adecuadamente la dirección trae como consecuencia una equivocada determinación de particiones y por ende resultados extraños o disparatados. En el caso señalado, no hay algoritmos generales y los casos deben analizarse por separado (v. Fortunato [10]).

La dirección de los enlaces no es una complicación más cuando se analizan las agrupaciones (*clustering*). En más de un ejemplo, uno o varios nodos pertenecen a más de un grupo y a esto se le llama comunidades traslapadas (*overlapping communities*) y se utiliza el término cubierta (*cover*) en vez del de partición cuya definición no permite que un vértice pertenezca a varios conglomerados.

Un tipo especial de red (grafo) denominado multipartito tiene la característica de poderse reducir a proyecciones unipartitas de cada clase de vértice, es decir, que la red tiene ahora diferentes tipos de nodos y éstos a su vez se agrupan en una red social. Este tipo de redes tienen aplicaciones varias entre las que se tiene el marketing (redes de compra, cliente se ligan a productos, los nodos tienen poder adquisitivo y se segmentan, etc.), el análisis de este tipo de redes tiene una metodología *ad hoc* y son difíciles de analizar.

Una faceta más a tomar en cuenta en estas redes sociales es que los enlaces pueden o no tener un peso específico, en el análisis deben tomarse en cuenta, no obstante los métodos existentes muestran que los enlaces sin peso son un caso especial de los que sí lo tienen.

Supongamos las siguientes definiciones para una red social:

$$g \subseteq G \Rightarrow k_v^g = k_v^{\text{int}} + k_v^{\text{ext}} \quad (13)$$

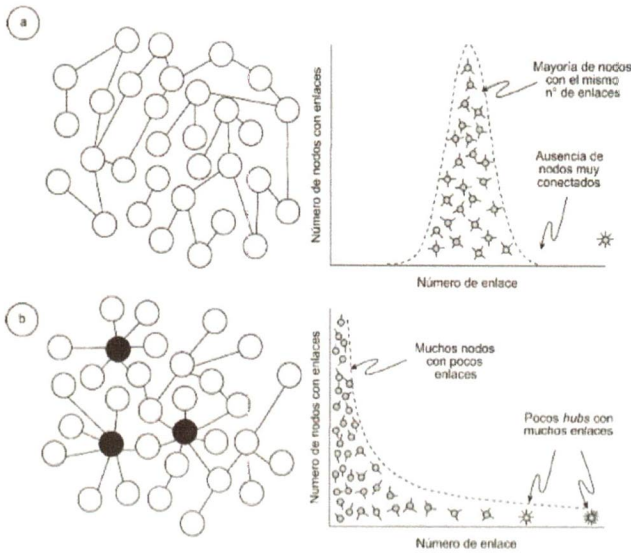


Figura 7: Dos tipos de red de mundo pequeño, hay que recordar la opción b).

donde g es una comunidad y en especial es un subgrafo dirigido del grafo principal (como se establece arriba)

$$\delta_{int}(g) = \left(\frac{v_g}{\frac{v_g}{\sqrt{v_g}}} \right) = \sqrt{v_g} \quad (14)$$

$$\delta_{ext}(g) = \frac{v_g}{v_g (V - v_g)} \quad (15)$$

(14) y (15) se conocen como la densidad intra agrupación, el subíndice indica la pertenencia del conjunto.

Los elementos a considerar en el análisis de redes sociales²⁰ involucran algunas consideraciones básicas, inicialmente:

1. Nodos,

$$|V| \ll |L|$$

²⁰ La mayor parte de estos grafos son subgrafos maximales, que implica que sus características se pierden cuando se agregan más nodos o vértices.

esta condición establece lo que se denomina un grafo disperso (sparse) ²¹

2. Grado, si

$$k_v^{\text{int}} = 0$$

se dice un grafo disjunto (no adyacente), si

$$k_v^{\text{ext}} = 0$$

se dice un grafo adyacente

3. Agrupación, para que g sea una comunidad se espera que

$$\delta_{\text{int}}(g) \gg \delta_{\text{ext}}(g)$$

y que

$$\delta_{\text{ext}}(g) \ll \delta(G)$$

El análisis de comunidades tiene unos criterios locales que se expondrán a continuación:

1. mutualidad completa
2. alcance
3. grado del vértice y
4. comparación de la cohesión interna vs. la externa

El primer criterio está basado en el concepto de cliqué (un subconjunto cuyos vértices son todos adyacentes entre sí, v. *Infra*), para el ámbito de redes sociales, un cliqué es maximal - que no se puede extender más, ni con nodos adyacentes, es decir que no es subconjunto de un cliqué mayor - aunque en general no lo sean. Los triángulos son los más simples y en general los vértices son indistinguibles (o se toman a todos como iguales), pero en las redes sociales como son jerárquicas no es así, por lo que se define otro concepto de *cliqué* más flexible, el *n-cliqué* se vuelve un subgrafo tal que hay n pasos para recorrerlo maximalmente y es un criterio de alcance.

La cohesión (punto 4) se basa principalmente en la adyacencia de los vértices. En la literatura de redes sociales un *k-plex* es un subgrafo maximal en el que cada vértice es adyacente a los demás exceptuando a k de ellos. *K-core* es complementario y son adyacentes hasta a k de ellos.

Visto desde otras perspectiva, los trabajos sobre la red de comercio mundial, nunca se ha tratado como una red social, sino compleja,

²¹ La distinción entre grafos dispersos y densos es relativamente vaga. En este caso consideremos la idea de que el número de vértices excede en mucho a los enlaces y es una red dirigida, por lo que si bien hay enlaces que conecten todos los nodos, hay muchos nodos que son concentradores (no hay otra explicación) y caemos en la idea de la Fig. (7-Opc. b).

se han llegado a conclusiones generales similares, pero el análisis de comunidades (desprendido de la red social) ofrece un mayor detalle; hacia el 2003 el trabajo de Serrano y Boguñá (v. *Serrano and Boguñá* [36]) realiza un análisis de redes complejas sobre la red de comercio mundial, establece las bases de análisis de la red de comercio a través de la fuente de COMTRADE de la ONU (International Trade Center²²). Los principales resultados son que la red de comercio es una red de mundo pequeño (v. *Supra*) y está organizada por jerarquías, no se realizó un análisis de comunidades para encontrar si es que existen subredes; en 2008 se realiza una actualización de los datos con el fin de saber si han cambiado y se puede hablar de una caracterización de este tipo de redes, con resultados positivos y estables, entonces la red hasta el momento es de mundo pequeño y es jerárquica.

En el trabajo de Garlaschelli (v. *Garlaschelli and Loffredo* [12]) se generalizan las características de la red de comercio con los mismos datos de Serrano y Boguñá, si bien la red está basada en el valor del PIB, al parecer esta relación puede extenderse a otros índices que tengan una buena correlación con este valor (en nuestro caso en CO₂ es un buen candidato), en su trabajo define:

$$w_i = g_i, W = \sum_{i=1}^V w_i \quad (16)$$

de (4) como el PIB de cada país (y por analogía W es el GDP mundial).

Se define la ganancia (fitness) como la capacidad de interconectarse con otros, la siguiente relación se establece como una medida de la interconexión

$$x_i = \frac{w_i}{\sum_{j=1}^V w_j}, 0 < x_i < 1, \forall i \quad (17)$$

es una cantidad estandarizada; el resultado de importaciones/exportaciones (a esto se le llama gasto como indicador económico), es una relación que no tiene dirección porque es simétrica en la red analizando la matriz de adyacencias. Como está estandarizada esta cantidad podemos pensarla como una probabilidad que corresponde a una distribución que del análisis de Garlaschelli se sabe que:

$$\rho(x) \approx x^{1-\tau} \sim x^{-2} \quad (18)$$

cuya distribución en ley de potencia con exponente -2 , que es común en distribuciones de la riqueza, se le conoce como la distribución de Pareto²³ (v. *Snidal* [39]).

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^V f(v_i, v_j), i \neq j \quad (19)$$

²² <http://www.trademap.org/Index.aspx>

²³ Tiene que ver con que el 20% de los nodos (países) controlan el 80% de las riquezas o del comercio como se ve de forma empírica.

f es una función que se activa cuando hay un l (ecuación (10)).

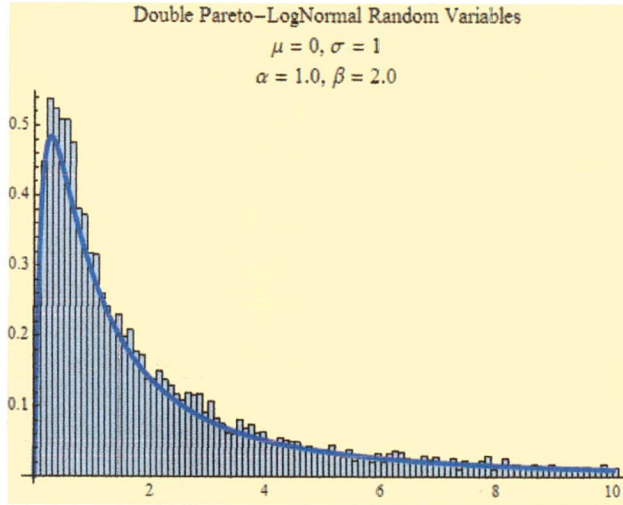


Figura 8: Ejemplo de una distribución de pareto de vértices.

El grado esperado por nodo es:

$$\hat{k}_l = \sum_{i,j=1}^V f(v_i, v_j), i \neq j \quad (20)$$

El coeficiente de agregación (clustering) se calcula como:

$$\hat{C}_l = \frac{\sum_{i,j,k=1}^V f(v_i, v_j) f(v_j, v_k) f(v_k, v_i)}{\hat{k}_l [\hat{k}_l - 1]}, \quad (21)$$

$i \neq j,$
 $k \neq j, i$

Con estas ideas se fundamentan las características básicas de este tipo de redes y se procede a analizar con detenimiento varios otros atributos. **Asortatividad** es la preferencia de los nodos de una red por unirse a otros que le son similares en alguna característica. A pesar de que la medida específica de similitud puede variar, los teóricos de redes frecuentemente estudian la asortatividad en función del grado de los nodos, es el caso de que la red RMC es del tipo asortativo y se puede entender porque los nodos con muchas conexiones "buscan" tener relación con otros "parecidos", de esta manera se observa una relación jerárquica. Si los nodos representan el PIB de cada país, esta característica indica que los países ricos buscan relacionarse con otros "igual" de ricos. Los estudios de asortatividad de la RMC se han hecho con PIB y sus derivados como es el flujo de mercadería mundial (v. Shi et al. [38]).

2.3.2 *Juegos Evolutivos*

La Teoría Evolutiva de Juegos estudia el comportamiento de grandes poblaciones de agentes²⁴ que repiten interacciones estratégicas entre ellos. Los cambios de comportamiento en estas poblaciones son debido ya sea a la selección natural por medio de la diferencia de tasas de nacimientos y defunciones o por la aplicación de reglas en agentes individuales miopes. El biólogo y matemático John Maynard Smith (1982) adaptó los métodos de la teoría de juegos tradicional (v. *Infra*) que fue creada para modelar el comportamiento racional de los agentes económicos en primera instancia, al contexto de la selección natural biológica. Propuso el concepto de estrategia evolutivamente estable (ESS por sus siglas en inglés o EEE) como una manera de explicar la existencia de un conflicto ritualizado animal.

El concepto de equilibrio de Smith se fundó a partir de la conceptualización de un modelo de ecuaciones diferenciales introducido por Taylor y Jonker, posteriormente Schuster y Sigmund y Dawkins lo nombraron dinámica de replicador, y reconocieron una fuerte relación entre la teoría de los juegos dinámicos y la dinámica estudiada en la ecología y la genética de población anteriormente.

Después de esto, la economía reconoció el enfoque evolutivo como un método que ayuda a encontrar el equilibrio (o un conjunto de ellos) aplicado a la dinámica poblacional y en especial a sus teorías para explicar las decisiones que los actores económicos siguen, pues sus acciones toman la forma de selección natural siendo el oligopolio un caso extremo. De hecho la lógica del replicador no solo conlleva a la selección natural sino a una regla de imitación para oponentes exitosos (v. *Infra*, equilibrio de Stackelberg).

Los conceptos de:

PROTOCOLO DE REVISIÓN , describe las opciones (en términos económicos) o nacimientos y muertes (términos biológicos) de un agente, sobre la base de él mismo. Describe tanto lo momentos (timing) como los resultados de las decisiones de los agentes (v. Apéndice A.2 de Juegos Evolutivos)

DINÁMICA EVOLUTIVA DETERMINISTA , es una regla que asigna a los juegos de población ecuaciones diferenciales describiendo el comportamiento evolutivo en un juego y que parte de los protocolos de revisión

JUEGO EN FORMA NORMAL , es una interacción estratégica en la que n jugadores eligen una estrategia y luego reciben un pago que depende de lo que eligieron los otros agentes. En un juego simétrico de dos jugadores las ganancias (pagos) dependen de

Basado en el artículo de revisión de Sandholm [32]

²⁴ El concepto de agente es justamente la del diccionario, un ente que ejecuta una acción.

lo que los otros jugadores y ellos elijan, no de su identidad (v. Apéndice A.1 de Teoría de Juegos)

JUEGO POBLACIONAL , es una interacción estratégica entre uno o más agentes poblacionales. Cada pago de agente depende de su estrategia y de la distribución de las otras estrategias

DINÁMICA DE REPLICADOR , es una dinámica evolutiva determinística fundamental para juegos, bajo esta dinámica, el porcentaje de la tasa de crecimiento (replican) se calcula e identifica con las reglas de selección natural de la biología o como un modelo de imitación en economía (v. Apéndice A.2 de Juegos Evolutivos)

ESTADO ESTABLE ESTOCÁSTICO , en modelos evolutivos estocásticos (probabilísticos), que son irreductibles a procesos de Markov, el estado de una población es estocásticamente estable si retienen pesos positivos en la distribución del proceso estacionario mientras el nivel de ruido de las opciones de los agentes se aproximan a cero o el tamaño de la población se aproxima a infinito

La definición formal de estrategia evolutivamente estable (ESS) parte de un juego normal

$$\begin{aligned} G &= \langle N, (\Delta A_i), (u_i) \rangle, \\ u_i &: \Delta A \mapsto \mathbb{R}, \\ A &= \times_{j \in N} \Delta(A_j), \\ N &\in \mathbb{I}^+ \end{aligned} \quad (22)$$

(v. Apéndice A.1 de Teoría de Juegos ecuación (33)).

$$x, y \in \chi, \|\chi\| = N, N < \infty$$

x y y poblaciones de χ y como parte de una estrategia mixta j, k . Donde A es el conjunto de todas las estrategias posibles (S en teoría de juegos) y G es la matriz de pagos asociada (H en el apéndice) a cada subconjunto ordenado de x 's y y 's (podría compararse con los jugadores pero no es exactamente lo mismo), si:

$$x'A((1-\epsilon)x + \epsilon y) > y'A((1-\epsilon)x + \epsilon y), \forall \epsilon \leq \epsilon y, y = x \quad (23)$$

Lo que explica la ecuación, es que la población de agentes x que juegan su estrategia mixta son invadidos por un grupo de mutantes y que ejecutan otra estrategia, implica, que aunque y elija otra opción, no va a superar la ganancia que la población x tiene con la opción elegida.

$$\begin{aligned} i', j' \in A, i \cup i' \cup j \cup j' &= A, \\ i \cap i' &= \emptyset, \\ j \cap j' &= \emptyset \end{aligned} \tag{24}$$

La condición bajo la que esta ecuación (22) se mantiene en su mejor respuesta a la estrategia i sobre j . Lo que se llama estrategia neutralmente estable (NSS) es una manera de representar el equilibrio de Nash para juegos evolutivos:

$$\forall x, y \in A, [x'Ax = y'Ay] \Rightarrow [x'Ay \geq y'Ax] \tag{25}$$

En el caso del juego del **Dilema del Prisionero** se sabe que la estrategia dominante D (v. Apéndice A.1 de Teoría de Juegos, matriz de pagos del Dilema del Prisionero, la estrategia de no cooperación) es una **EEE**.

La noción de Smith de **EEE** intenta capturar la dinámica del proceso de selección natural a través de una definición estática plantea la necesidad de un protocolo de revisión como un mapeo:

$$\rho : \mathbb{R}^n \times \rightarrow \mathbb{R}_+^{n \times n}, \rho_{i,j}(\pi, x), \pi = \bigcap_{i \in A} \pi_i, \pi \in [0, 1] \tag{26}$$

En este caso, la función definida funciona como un disparador de eventos, de acuerdo con el estado que se ingrese, se puede hacer depender del tiempo t . Considérese el conjunto de estados (estrategias) x en el juego G y la población N :

$$\chi^N = \chi \cap \frac{1}{N} A^N = \{x \in \chi : Nx \in A^N\}, N < \infty \tag{27}$$

Esta relación explica, que el conjunto de estados del juego evolutivo es la distribución de estrategias y el estado de cada estrategia. Se establece formalmente que esta evolución conlleva a un proceso Markoviano.

$$M = \{\chi_t^N\}$$

Hablando de forma suelta cada agente en la sociedad es equipado con "un reloj estocástico"²⁵. Las veces entre que suena el reloj de cambio para cada agente, son independientes y tienen la frecuencia de acuerdo con la distribución exponencial R . La llamada del reloj le indica al agente el momento de revisar su oportunidad de cambio de estrategia. Si un agente juega la estrategia i

$$P(i, j) = \frac{\rho_{i,j}}{R}, i, j \in A, i \neq j \tag{28}$$

²⁵ Aleatorio.

Finalmente, lo que observamos hablando de poblaciones (muchos jugadores), desarrolla, con el tiempo una dinámica, en términos analíticos son trayectorias o funciones, que se integran en el tiempo, generando trayectorias que se equiparan en biología a dinámicas de evoluciones. Estas dinámicas dan origen a patrones muy conocidos en la teoría de los sistemas complejos como puntos fuente, sumideros y atractores extraños y por esta razón las utilizaremos como herramienta en el trabajo siguiente con el fin de simular interacciones en una red y así describir su dinámica.

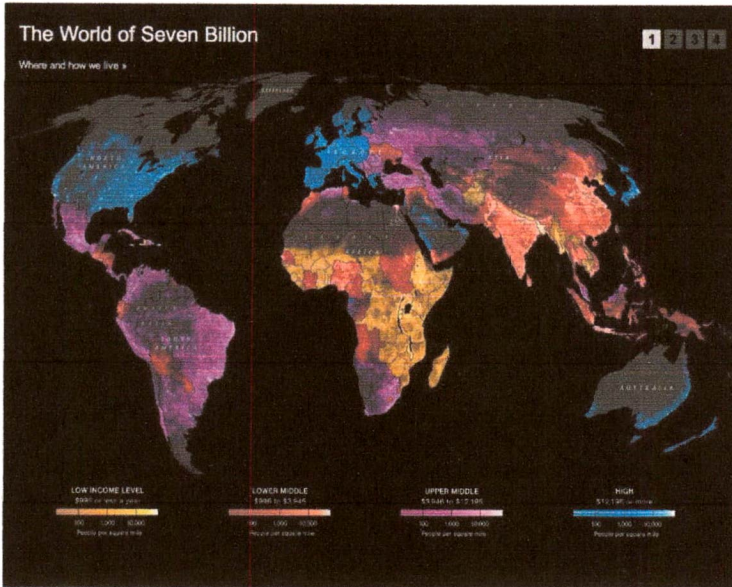


Figura 9: Distribución de la riqueza en el mundo según NatGeo.

El estudiar las propiedades de la red de comercio ofrece un conocimiento de la estructura y la dinámica de dicha red. Para este estudio se realizarán algunas consideraciones que permiten al modelo establecer supuestos tales que pueda calcular y ofrecer datos congruentes. La red de comercio es un grafo dirigido, que se puede armar a partir de cualquiera de dos esfuerzos: analizar las importaciones o la exportaciones, de tal manera que ambos son equivalentes. La red de comercio puede arrojar datos confiables a partir del 20% de los países ricos (regla de Pareto), que supone se relacionan con el 80% de los demás países como lo muestra el trabajo de Lee (v. Lee et al. [20]) en donde se analiza la fracción de riqueza mundial encerrada en el 20% de los países.

El cálculo del PIB¹ (GDP en inglés) se hace a partir del método basado en el gasto:

$$GDP = G + I + C + (X - M) \quad (29)$$

1 La suma de todos los bienes y servicios finales que produce un país o economía.

La ecuación del PIB basada en el gasto es la base de cálculo de modelo

Donde, G implica el gasto gubernamental, I es la inversión privada, C el consumo interno y $(X - M)$ es la balanza comercial de importaciones y exportaciones, una balanza positiva implica que el país exporta más que importa y una negativa implica más importaciones que exportaciones, entonces *ceteris paribus* solo las relaciones entre los países variarán.

El trabajo pretende encontrar una red de cooperación con base en un algoritmo de cooperación en redes, con la finalidad de determinar el grado de cooperación se busca tener alguna relación que nos ayude a definir la estrategia, la identidad Kaya (definición 1) ayuda a determinar los valores de CO_2 teniendo en cuenta otros índices económicos, pero la regla de Raupach (definición 7) demuestra una forma heurística simplificada de relacionar el PIB y el CO_2 , por lo que utilizaremos esta regla simplificada para calcular el CO_2 y será la aplicación de la huella de CO_2 , el índice necesario para determinar la estrategia y la característica a revisar por parte del algoritmo de cooperación. Utilizaremos el supuesto de que

$$H(f_n) = \begin{cases} 0 & : f_n < \frac{3}{4}f_{n-1} \\ 1 & : f_n \geq \frac{3}{4}f_{n-1} \end{cases} \quad (30)$$

Es una medida adecuada para establecer una reducción de la huella de CO_2 . Suponemos también que la premisa de las Curvas Ambientales de Kuznets (v. [Agras and Chapman \[1\]](#)) son ciertas para el CO_2 , así es que deberemos encontrar una evolución como establece el supuesto de una "U" invertida a lo largo del tiempo.

Se busca, que al ejecutar el algoritmo de cooperación, revisar si es posible generar una red de cooperación — la estrategia de la mayor parte de los nodos sea cooperadora — en donde las emisiones de CO_2 se reduzcan, mediante un cálculo de CO_2 y de PIB por medio del gasto económico, lo que supone una red de comercio más equilibrada pues las reconexiones de los nodos permiten reajustar los valores del PIB mundial y esto hará que el cálculo de CO_2 disminuya (como se indica arriba).

En la red, cada nodo debe tener en cuenta de sus propios índices económicos y tendrá constancia del valor de su balanza comercial de tal forma que se incentivarán (a través de la estrategia del juego) las conexiones con nodos cuya huella de CO_2 sea positiva (que contaminen menos), eliminando las relaciones con nodos "no-cooperadores" para alentarlas con nodos "cooperadores".

Los escenarios generados en la simulación tuvieron variaciones en algunos parámetros que se encontraron como importantes, así: la variación en la intención de ejercer la estrategia (estrategia mixta), la de cambiar la estrategia (estrategia evolutiva), el determinar un escenario evolutivo y el tipo de juego (PD o SH) hicieron de ésta un ejemplo de iteración continua sobre las variaciones, 30 iteraciones por combinación generaron 1,770 escenarios diferentes útiles que como se

muestra inicialmente en el capítulo de Resultados y dan origen a la Discusión del siguiente capítulo a éste.

Se generaron ETLs para la extracción de los datos para las distintas gráficas que ayuda a determinar el análisis final que se discutirá en los próximos capítulos y las gráficas se automatizaron con gnuplot para dibujar en cada vez los escenarios tanto en variables globales como la fracción de cooperación.

La tesis es un trabajo cuantitativo, por lo que el análisis es importante en todo. El trabajo consta de dos partes principales:

1. una red de comercio y sus métodos,
2. un escenario de simulación basado en 1) y sus métodos

Lo que se realizará a continuación es un desglose esquemático de cada sección con algún comentario importante de las actividades a tomar en cuenta en el procedimiento, los resultados se discuten en el siguiente capítulo.

- locales (promedio de grado, índice de agrupación) y
- globales (distribución de grado, índice de coercitividad)
- análisis de comunidades (cohesión, mutualidad completa, alcance y comparación interna vs externa)

Los datos se estandarizaron de una manera conveniente para cuadrar con las siguientes fuentes:

- Banco Mundial²
- Trade Map³
- TGICA-CDD⁴

Hay una gran coordinación entre las dos primeras fuentes, pero no con la última, ya que es una fuente más antigua, por otro lado aunque se toma en cuenta por la ONU 206 estados soberanos, en estas fuentes hay hasta 220 estados diferentes, pero eso es porque algunas fuentes toman regiones y las agrupan como una entrada adicional, o toman islas que son protectorados de otros estados y la lista crece, ese es el caso de la lista de este trabajo que toma en cuenta algunas islas que no son estados soberanos y omite algunos estados (en inglés como aparece en la lista del banco mundial) soberanos que no tienen la costumbre de publicar sus datos como en se muestra a continuación.

² <http://www.worldbank.org>

³ <http://www.trademap.org/Index.aspx>

⁴ <http://www.ipcc-data.org>

Channel Island	Curacao	Guam	Isle of Man
Kyrgyz Republic	Kosovo	Liechtenstein	St. Martin (French Part)
Sint Maarten (Dutch Part)	Monaco	Puerto Rico	San Marino
Nauru	Niue	Tokelau	Pitcairn
Christmas Island	Cook Islands	Cocos Islands	Wallis and Futura Islands
Norkolk Island	Taipei, China		

Cuadro 1: Lista de países con datos económicos insuficientes.

Se utilizó un analizador de redes que pudiera generar las gráficas y las medidas de centralidad, un problema que se encontró en general es que los algoritmos de redes sociales no toman en cuenta el peso de las relaciones aunque se puede incluir en el grafo, Netlogo no tiene uno nativo ni Mathematica 9, está fuera del alcance del trabajo desarrollar uno, de acuerdo con la teoría no es importante la direccionalidad de las relaciones para hacer un análisis de comunidades. No se encuentran muchos algoritmos que analicen comunidades con redes pesadas en nodos y enlaces, están centrados más en redes biológicas (genes, aminoácidos y polímeros biológicos) y por lo general centran más que en el peso que se tiene en la relación una medida de la distancia entre nodos, siendo equiparable a los métodos de minería de datos. La aproximación que no toma en cuenta el peso del enlace y solo toma en cuenta el grado es suficiente para desarrollar un análisis comparativo con otros artículos y trabajos similares.

3.1 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SIMULACIÓN

Debido a que la simulación contiene parámetros que van a ser barridos dentro de ciertos valores es importante desarrollar una ruta que nos lleve a niveles de confianza suficientes como para saber que estamos transitando por un camino válido, el método propuesto es:

- Analizar los escenarios IPCC92a-f⁵
 - tomar los escenarios y contrastarlos con respecto a los valores reales actuales
- Desarrollar un modelo de patrones para factores Kaya
 - con base en el trabajo de Raupach et al. [31] construir el modelo de factores
 - desarrollar la tendencia de los indicadores estadísticos para el recálculo del CO₂
- Definir el algoritmo de reconexión de acuerdo con Santos y Pacheco
- Definir las gráficas y resultados esperados
- Analizar los posibles resultados

Al analizar los escenarios IPCC tomamos en cuenta el documento oficial con nueve regiones que se ha publicado en la web. Como se ha establecido ya estas regiones y países obedecen al momento de su desarrollo y pues se han actualizado ya algunos nombres de países o han desaparecido otros, en el caso de las islas tenemos el problema de que no hay datos disponibles actualizados, ya sea porque sirven de paraísos para sus protectorados o porque su actividad económica es muy pequeña, en la mayor parte de los casos es la primera razón. En la simulación tenemos un gráfico que toma en cuenta la evolución de los países (nodos) de acuerdo con la región IPCC.

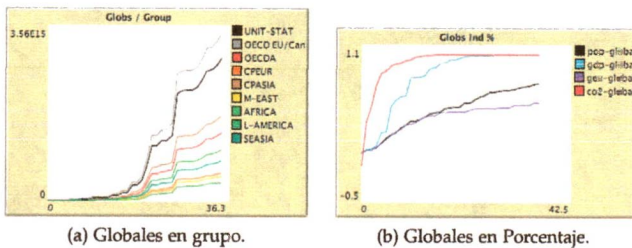


Figura 10: Gráficos globales de la simulación.

⁵ Como se observa en la Fig. 4.

Como se observa en el ejemplo, cada grupo de países (región) está etiquetado y nombrado de acuerdo con el IPCC. Le hemos encontrado cierta utilidad adicional para saber como es que los distintos grupos económicos se sirven de la economía para crecer, es una manera de saber el flujo de la red por grupos económicos en tiempo de corrida. Así, el bloque denominado OECD Europa y Canadá están por encima del bloque de Norte América y lo que será el bloque de Asia Central (CPASIA) que es la APEC sobrepasa a los países europeos que colindan con Asia. En este ejemplo se ha corrido la simulación lineal sin juego con variaciones de escenarios a-f, las unidades estan en miles de millones de Dólares y el indicador es el PIB de la región como se define en el IPCC. De esta manera se definió una nueva gráfica en la simulación.

Un algoritmo general de cálculo en la simulación se desarrolló con las siguientes características:

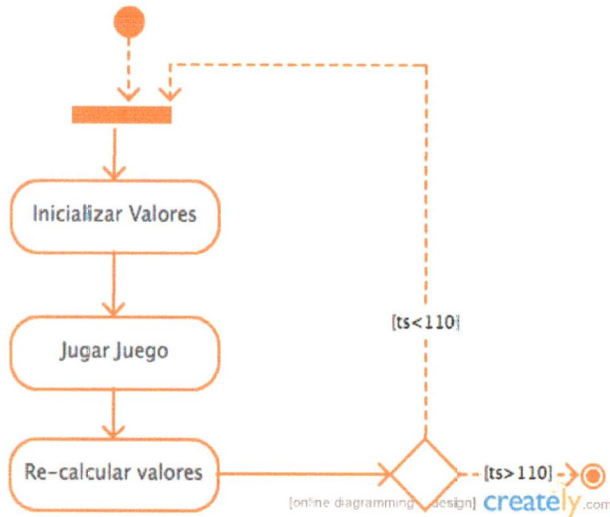


Figura 11: Ciclo principal, algoritmo de cooperación.

La condición ecológica⁶ de 110 (año 2012) ciclos se observa en el diagrama de actividad. A continuación se define el detalle de la simulación al inicio y desarrollo de los ciclos de cómputo.

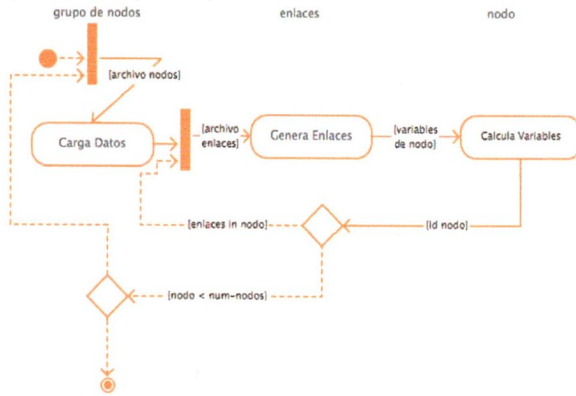


Figura 12: Ciclo principal, nivel 1 del algoritmo de cooperación.

⁶ En los escenarios IPCC92a-f se prevé esta fecha como el momento en que se alcanza el máximo de la capacidad de carga de la atmósfera y las acciones pueden ser irreversibles.

Note los ámbitos involucrados en el diagrama de flujo que hacen patente la condición de complejidad del proceso simulado. Van desde variaciones individuales (nodos) hasta generales (grupos de nodos). Aquí se muestra la carga de datos en la red y su generación inicial.

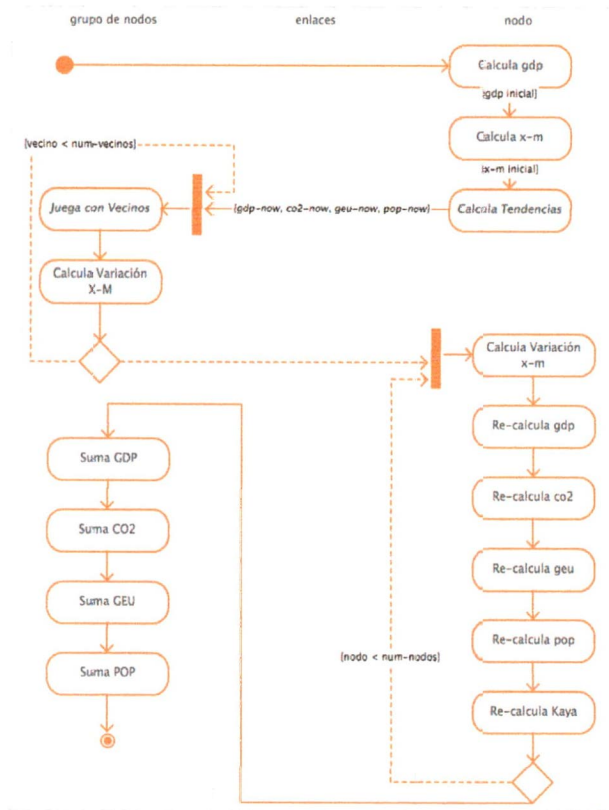


Figura 13: Ciclo principal, nivel 2 del algoritmo de cooperación.

Muestra el ciclo principal del algoritmo de cálculo en la simulación con tres carriles, mostrando el detalle entre los grupos de elementos considerados en los carriles, ampliando las tareas desarrolladas en el nivel anterior. En el ciclo principal del cálculo en la simulación se muestra el flujo que inicia en los nodos, luego los enlaces, los vecinos. La suma de las variaciones da el resultado final.

Una variación al algoritmo de red de cooperación y una restricción a la forma en que se reenlazan los nodos

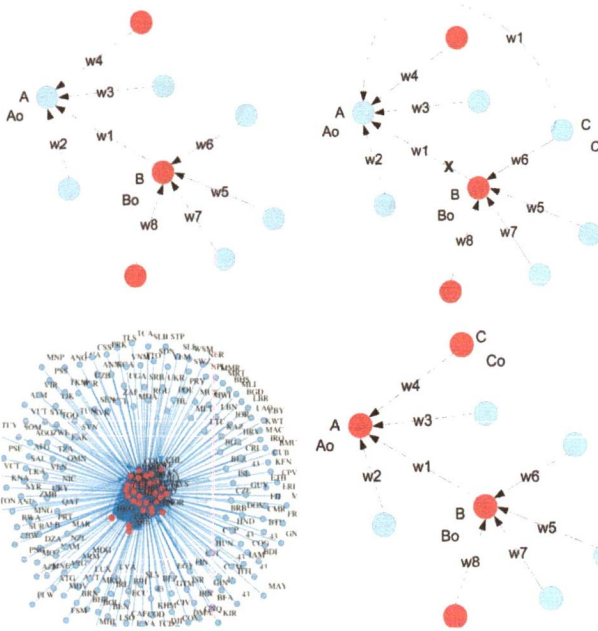


Figura 14: Opciones de reenlace en la red.

Muestra las situaciones a tomar en cuenta para que el algoritmo de la simulación tome en cuenta para reconectar (la notación es de Santos y Pacheco). El algoritmo de reenlace propuesto, inicialmente el nodo A (y su ganancia oA^7) y su vecino el nodo B (y su ganancia oB) después de jugar un juego con sus vecinos respectivos. Luego si $oA < oB$ es claro que no le conviene al nodo A estar con ese vecino y busca reenlazarse con otro, digamos un vecino cualquiera de B, es decir C. Si $oA > oB$ no se reenlaza, pero a una probabilidad $p \geq \phi^8$ buscará cambiar de estrategia, para ver si obtiene una mayor ganancia, esta vez, como algún nodo C, su vecino. Al final una red de cooperación se espera.

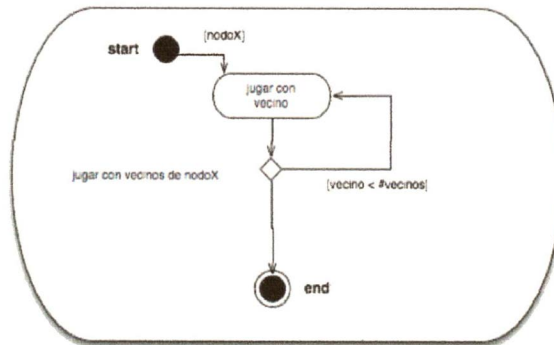


Figura 15: Actividad "Juega Vecinos" nivel 0.

7 La u de (2.2), igual para B. Se juega con cada uno de los vecinos y se suma la ganancia de cada jugada.

8 Esta es la p de (A.2).

Inicialmente el algoritmo de reconexión se basa en la idea de la escala temporal, se piensa en términos de grupos de nodos por unidad de tiempo y de juegos por grupos de nodos en unidad de tiempo y sus efectos, en este trabajo jugarán todos los nodos y los grupos de nodos dependen de sus vecinos, así que no se toman en cuenta los primeros n-vecinos como en el trabajo de Santos, Pacheco y Lergerts (v. Santos et al. [33]).

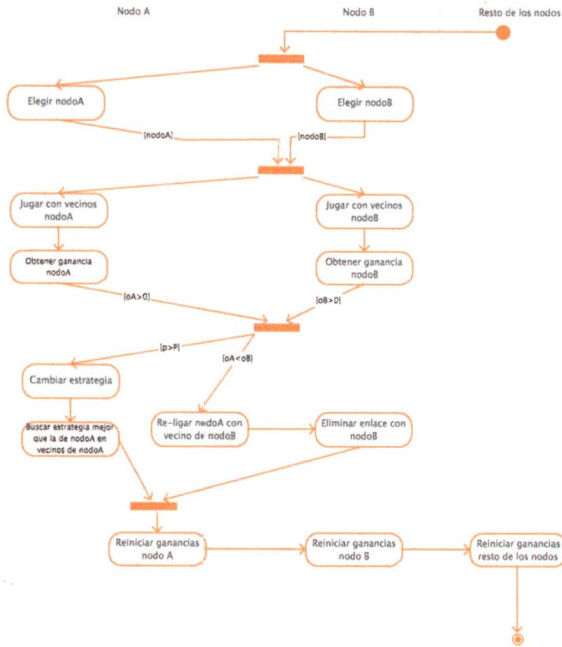


Figura 16: Actividad "Juega Vecinos" nivel 1.

A continuación se muestra el detalle de diseño de la etapa Juega Vecinos, para entender lo que significa esta actividad dentro de la simulación. Se trabaja en este caso con cada uno de los vecinos para conocer finalmente el resultado del juego entre todos. Esta etapa es importante porque la ganancia se revisará entre todos los vecinos de cada nodo, pero el algoritmo original no toma en cuenta enlaces dirigidos, en este caso se tomarán en cuenta las importaciones (enlaces de entrada) como los vecinos a considerar en el algoritmo, pues en general tiene mayor dependencia económica.

Se detallan dos actividades más, como se observa en el siguiente diagrama. Jugar con vecino implica buscarlo y jugar el juego, se va a tratar de buscar la coincidencia entre jugar el Dilema del Prisionero (v. Supra) y un juego de coordinación (como el del Pollo o la Caza del Venado) que llevan a esquemas de cooperación y superan al dilema. Se va a ligar la ganancia con el porcentaje de PIB (GDP) del nodo y junto con el porcentaje de CO₂ calculado (puede ser Kuznets o Raupach (v. Raupach et al. [31])) y por un lado se va a calcular la variación de PIB nuevo y esto se trasladará a las importaciones exportaciones. Lo importante a notar es que este juego puede ser de dos tipos: a valor constante o a valor continuo en un intervalo. Finalmente se llegó al consenso que calcular un polinomio de tercer grado era una tarea muy pesada para una simulación, así que se optó por utilizar el esquema de Raupach que permite calcular el CO₂ por medio de lecturas anteriores de PIB y CO₂ anterior, es una fórmula lineal recurrente (a manera de una cadena de Markov pues depende del estado inmediatamente anterior) que es simple de calcular.

Los marcos de trabajo resultantes son:

Dilema del Prisionero (PD)	C = Coopera									
	D = No coopera									
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;"></td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">C</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">D</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">C</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">R,R</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">S,T</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">D</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">T,S</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">P,P</td> </tr> </table>		C	D	C	R,R	S,T	D	T,S	P,P
	C	D								
C	R,R	S,T								
D	T,S	P,P								

Cuadro 2: Marco de Trabajo del Dilema del Prisionero.

Caza al Venado (SH)	S = Venado									
	H = Liebre									
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;"></td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">S</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">H</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">S</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">A,A</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">C,B</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">H</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">B,C</td> <td style="padding: 2px 10px; text-align: center;">D,D</td> </tr> </table>		S	H	S	A,A	C,B	H	B,C	D,D
	S	H								
S	A,A	C,B								
H	B,C	D,D								

Cuadro 3: Marco de Trabajo de Caza al Venado.

Se recomienda ver el Apéndice de Teoría de Juegos para comprender mejor estos marcos de trabajo.

Si cambiamos S por C de Cooperación y H por D de no-cooperación y tendremos el marco de trabajo de un juego de coordinación que lleva a la cooperación.

En el caso de relacionar al PIB⁹ con el juego podemos tener una función de ganancia:

⁹ Como en (22) son U y G y en este caso U es PIB (GDP en la ecuación) como en (29).

$$U(s) = \begin{cases} 3,4 & : G(s) = A \\ 2,3 & : G(s) = B \\ 1,75 & : G(s) = D \\ 1,2 & : G(s) = C \end{cases} \quad (31)$$

también puede definirse la función continua:

$$U(s) = \begin{cases} [3,4, 2,3] & : G(s) = A \\ [2,3, 1,75] & : G(s) = B \\ [1,75, 1,2] & : G(s) = D \\ [1,2, 0] & : G(s) = C \end{cases} \quad (32)$$

esta última forma es una manera de expresar un juego continuo, para el cual este trabajo no tiene un análisis que sustente el resultado. Los juegos continuos son a toda suerte infinitos y no tienen de entrada un punto de equilibrio, por lo que el análisis de este juego propuesto escapa a este trabajo.

De los resultados esperados, la simulación cuenta con el escenario de comparación de correr IPCC sin juego, que resulta en una trayectoria inflacionaria en la que todos crecen con distintas tasas y esto conlleva a la creación de otro de los gráficos en tiempo de ejecución de la simulación. Esta comparación sirve para saber lo que pasará sin intervención (el propósito del escenario en sí) y para contrastar con la aplicación del algoritmo de cooperación propuesto. Los valores están estandarizados y por lo tanto se observa una fracción de cada uno, pero por esto mismo se permite dibujarlos todos en la misma gráfica. Se contrastaron estos valores con los reales para asegurar que la tendencia y las variaciones no salieran de los rangos conocidos y aceptados, por lo que lo que se verán en los siguientes dos capítulos finales son los resultados de jugar los juegos entre todos los nodos y aplicar las reglas de cálculo antes expuestas.

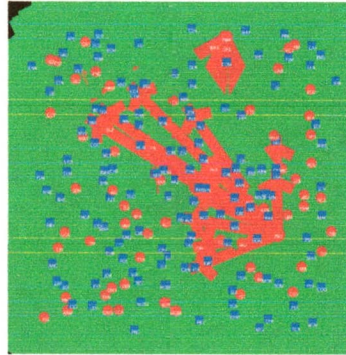


Figura 18: Hipótesis esperada en la simulación.

3.2 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE RED

Como se estableció en el marco teórico, la red puede caracterizarse por sus medidas de centralidad o su topología por lo que inicialmente se buscará:

Basado en el libro de Kantarci and Labatut [16] y en el artículo de revisión de Fortunato [10]

1. Medidas de centralidad local
2. Medidas de centralidad general
3. Análisis de Redes Sociales (v. sección 2.3.1.2)

En términos simples, las medidas de centralidad general nos dan la información del tipo de red que estamos observando, ya

Medidas de Centralidad General:

- Número de nodos (N)
- Número de enlaces (L)
- Grado Promedio (\hat{k})
- Reciprocidad del grafo
- Coeficiente de correlación
- Coeficiente de agrupamiento global (\hat{C})

Los métodos involucrados utilizan la idea de distancia entre vértices, que están relacionados con la función de densidad intergrafo, no es extraño que la serie de medidas que se establecen, lleven a otras con un simple manejo de relaciones. Medidas de centralidad local:

- Cliqué
- n-clan
- n-club
- Nodos concentradores
- Asortividad

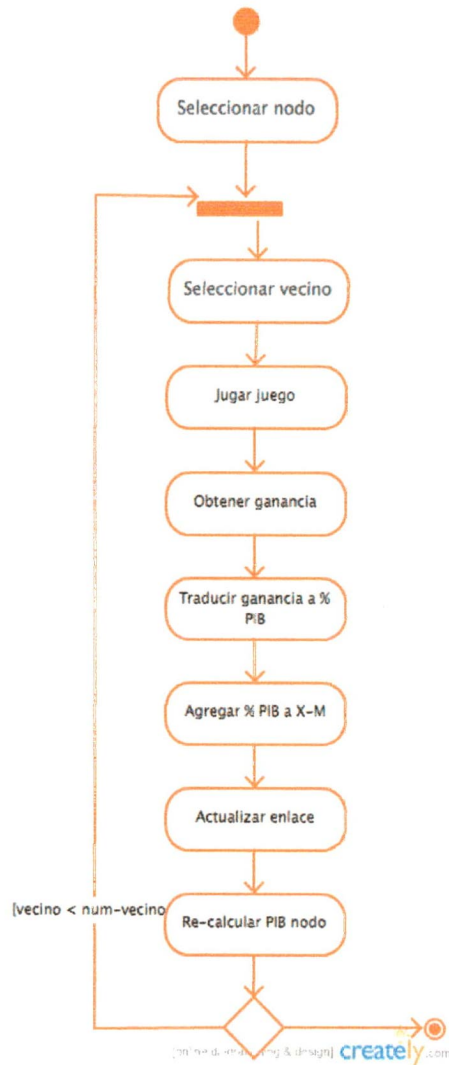


Figura 17: Actividad "Juega Vecinos" nivel 3.

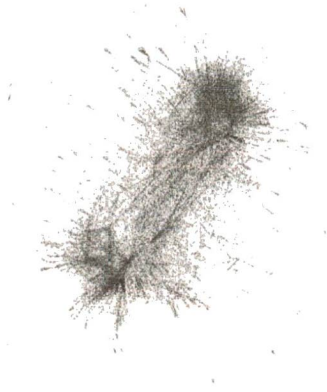


Figura 19: Red de comercio inicial (agrupamiento) con el paquete Gepri.

4.1 RED DE COMERCIO

Como parte de la información general del conjunto de datos se tienen los siguientes valores de referencia¹ (v. Tabla 4).

Analizando pares de variables en el siguiente diagrama, podemos verificar la tendencia de los tres distintos componentes de la identidad Kaya (v. la ecuación (1)), de acuerdo con los valores iniciales de la red enmarcados en rojo en la siguiente figura². Se muestran los valores actuales de las variables en una cuadrícula y se grafican por pares para detectar posibles correlaciones y así buscar indicios de la topología o tendencia de los valores en el universo de datos.

La manera de leer este diagrama de parejas es simplemente cruzar las cajas con la etiquetas y mirar el resultado, por ejemplo, si buscamos la correlación $\frac{GDP}{POP}$ hay que mirar la segunda caja de izquierda a derecha de la primera línea de arriba a abajo enmarcada en línea roja punteada, obviamente en dirección diagonal hacia abajo está su

¹ Obtenido con R.

² R: comando pairs, sobre el archivo de "DatosFinales" para cargar información de nodos.

PIB	POP	GEU	CO ₂	País
Min. :3.988e+07	Min. :9.860e+03	Min. :-650584.2	Min.: 0	East Asia & Pacific :35
1er. Cuartil:4.244e+09	1er. Cuartil:1.190e+06	1er. Cuartil: 475.8	1er. Cuartil: 1351	Europe & Central Asia :52
Mediana :2.386e+10	Mediana :6.646e+06	Mediana : 7178.2	Mediana : 8108	Latin America & Caribbean :39
Media : 3.480e+11	Media : 3.401e+07	Media : 59548.5	Media : 152756	Middle East & North Africa:23
3er. Cuartil:1.845e+11	3er. Cuartil:2.256e+07	3er. Cuartil: 32286.7	3er. Cuartil: 61851	North America :3
Max. :1.624e+13	Max. :1.351e+09	Max. :2516731.2	Max. :8286892	South Asia :8
				Sub-Saharan Africa :47

Cuadro 4: Información General de Indicadores Mundiales.

homóloga $\frac{POP}{GDP}$ (sin enmarcar), pero el sentido lo da la ecuación de Kaya.

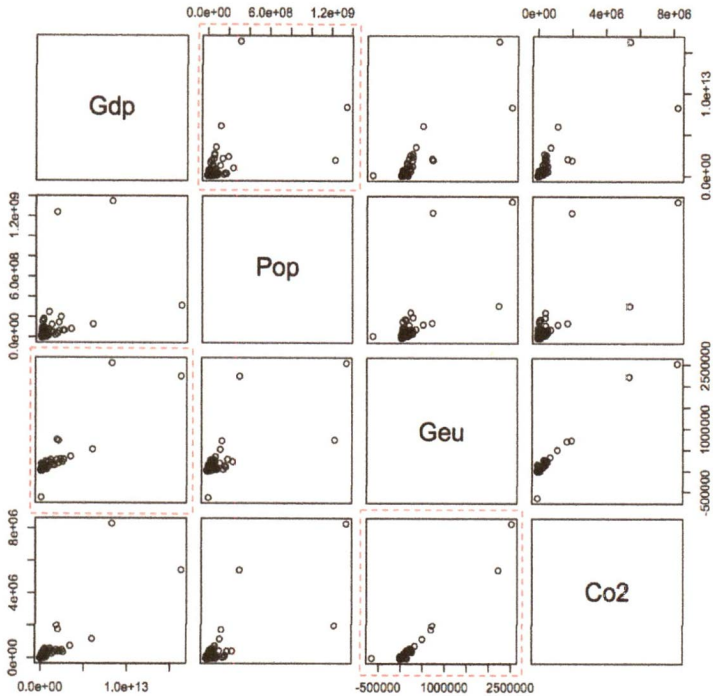


Figura 20: Correlación estadística de las variables.

Revisando su tendencia se espera que el CO_2 siempre aumente, ya que estas variables, como se observa lo hacen debido a que están relacionadas entre sí de forma lineal. Con esta tabla y el diagrama se observa que GEU^3 (GEC en inglés) toma valores negativos y tiene que ver con países que exportan energía como Rusia y Noruega y de esta forma una tendencia a que los países exporten más que importen energía, podría ayudar a la disminución de CO_2 tomando en cuenta las otras relaciones.

Note que se compara el crecimiento del PIB de los países más ricos junto con los que tienen el mejor desempeño en GEU y a esto se le asocia un CO_2 , como se observa linealmente no parece existir una correlación entre ellos, pero en el diagrama anterior sí que lo muestra.

³ Comúnmente las unidades que maneja esta variable son TOEs pero se dan de muchas formas en los informes al rededor del mundo, entonces se ha hecho el esfuerzo de convertir este dato a TOEs para que sea una variable homogénea.

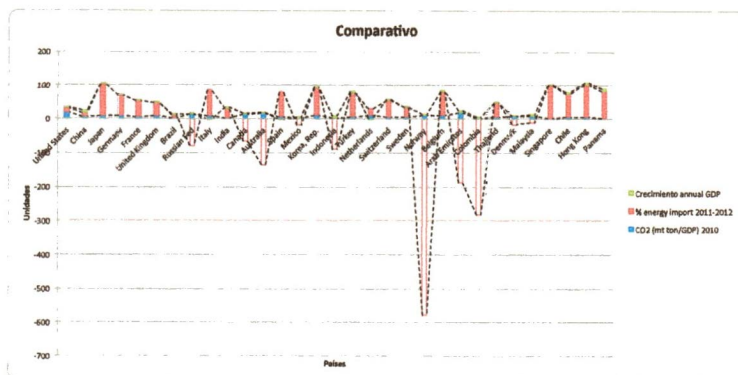


Figura 21: Comparativo de PIB, CO₂ y GEU y su correlación aparente.

A través de realizar un análisis de agrupaciones (clustering) estadístico, se observa que para las dimensiones establecidas y utilizando un método de distancia denominado "maximum" se genera el siguiente mapa de temperaturas con su dendograma asociado⁴. En él, inicialmente se observan un par de comunidades grandes, denotadas por la altura de los clados principales, del segundo se desprenden la mayor parte de las agrupaciones a manera de hojas; se aprecian un par de agrupaciones grandes (enmarcadas con línea punteada) que establecen a estos nodos como puntos muy parecidos, el dendograma a su vez muestra que en pertenecen al mismo clado (en realidad son hojas) y que el clado más importante es una agrupación muy pequeña, la nacionalidad tiene poco que ver, no está asociada aquí.

Muestra a través de una vista de comunidades (estadístico) una visión de los datos, contrasta la matriz del producto cruzado de las "distancias" calculadas a través de aplicar una medida de distancia (Pearson en esta ocasión) y mirar las zonas más oscuras (cercanas); a los lados se observa el dendograma⁵ con sus clados, la altura tiene que ver con la distancia y de esta forma tiene que ver con la jerarquía (de distancias).

4 R: comando heatmap con una matriz de distancias con opción "maximum" en el mismo archivo de "DatosFinales".

5 <http://wheatoncollege.edu/lexomics/files/2012/08/How-to-Read-a-Dendrogram-Web-Ready.pdf>

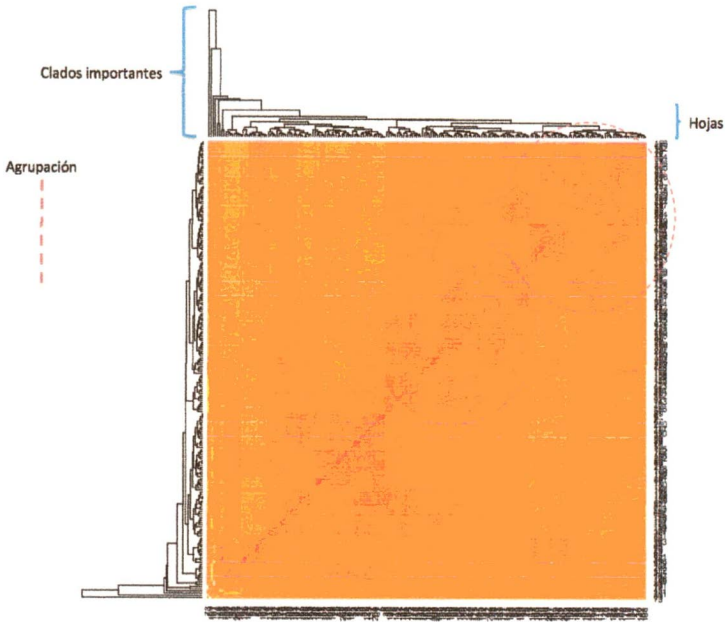


Figura 22: Dendrograma de datos iniciales.

También como resultado de aplicar el análisis de agrupaciones en R y utilizando la misma idea de distancia (esta vez Euclidiana), trabajamos los datos para buscar estadísticamente agrupaciones, con el resultado a continuación mostrado (v. Fig 23).

Note como de manera estadística se descubren al menos dos cubiertas de datos (rojo, rosa y verde al menos, los números son el identificador del nodo o país) y se encuentran traslapadas, más adelante, con herramientas de redes complejas se obtiene esta información de manera más simple y gráfica, con mayor riqueza de detalle.

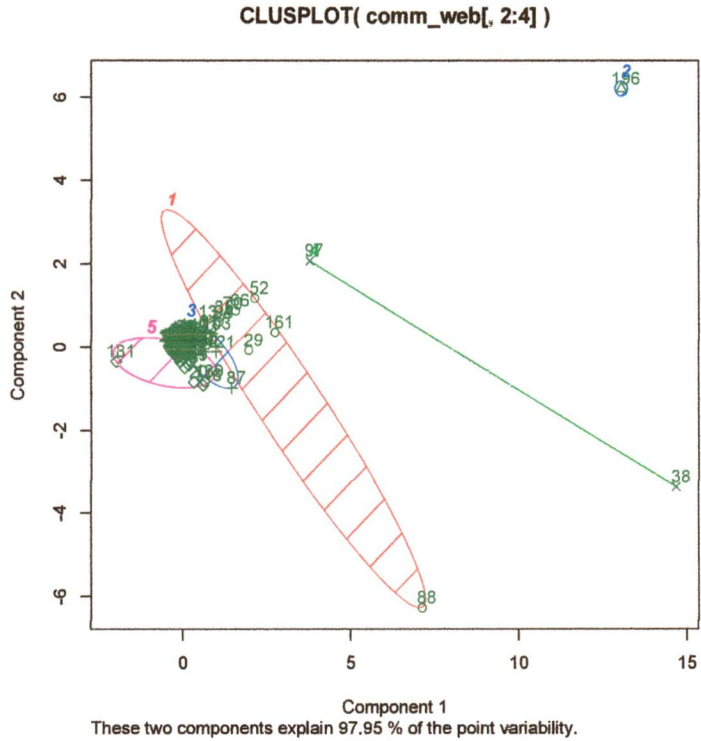


Figura 23: Análisis de agrupaciones en R.

Finalmente y de manera preliminar, tenemos las relaciones pesadas que modelan las importaciones/exportaciones como un porcentaje del PIB. Note que el análisis estadístico de ellas se encuentra el gráfico (v. Fig. 24).

Expresadas como un porcentaje del PIB (GDP) se muestra en el eje de las ordenadas el porcentaje y en el de las abcisas la cuenta de recurrencias con ese porcentaje.

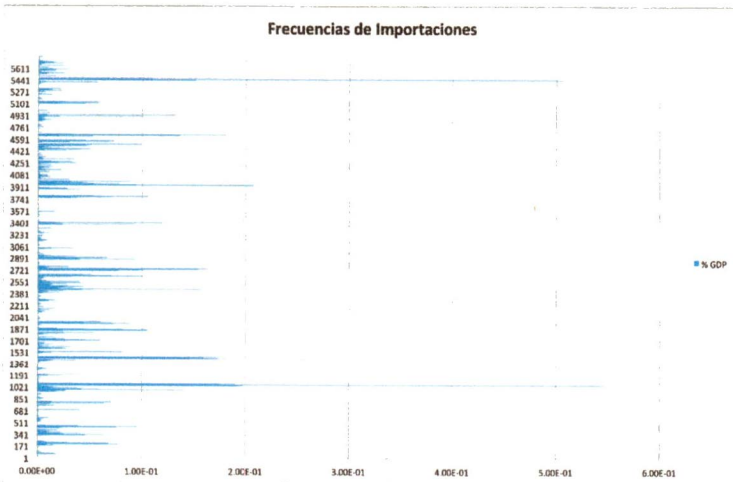


Figura 24: Frecuencia de Importaciones.

4.1.1.1 Análisis de Medidas de Centralidad

Como se estableció inicialmente en el Marco Teórico, la red tiene un estado inicial del que una gran cantidad de trabajos se han basado. El análisis de la reciprocidad de la red y en especial su simetría se establece ahí, la fuente de datos que se utilizó fue la misma en este trabajo que en la literatura reportada (International Trade Center) y se contrastan sus resultados a continuación en la tabla anexa.

Métrica del grafo	Tesis	Serrano y Boguñá ⁶
Número de nodos (N)	208	179
Número de enlaces (L)	5785	7510
Grado Promedio (\hat{k})	55.89	30.9
Reciprocidad del grafo	0.16	0.61
Coefficiente de correlación	0.66	0.91
Coefficiente de agrupamiento global (\hat{C})	0.867	0.65

Cuadro 5: Medidas globales de centralidad.

La red es disasortativa ⁷, lo que significa que los nodos con grados altos, buscan relacionarse con nodos que tienen grados bajos, como

⁶ v. Serrano et al. [37] y Serrano and Boguñá [36].

⁷ Existen, sin embargo, algunas propiedades características sólo de las redes sociales. La "asortatividad" que es cuando los nodos tienden a enlazarse con nodos cuyo número de vínculos es similar, es decir, nodos con gran número de vínculos tienden a unirse entre sí, y nodos con pocos enlaces tienen más probabilidad de relacionarse

se ve en la gráfica es justamente lo que sucede (cf. Fig. 7 y Fig. 25), los nodos centrales con un grado más alto se enlazan con los nodos exteriores que tienen un grado menor, entonces esta red parece no ser del tipo social o su característica es más de una red biológica. En la periferia los nodos siguen una ley de potencias. Pero la columna vertebral de la red (backbone en inglés) tiene otras características.

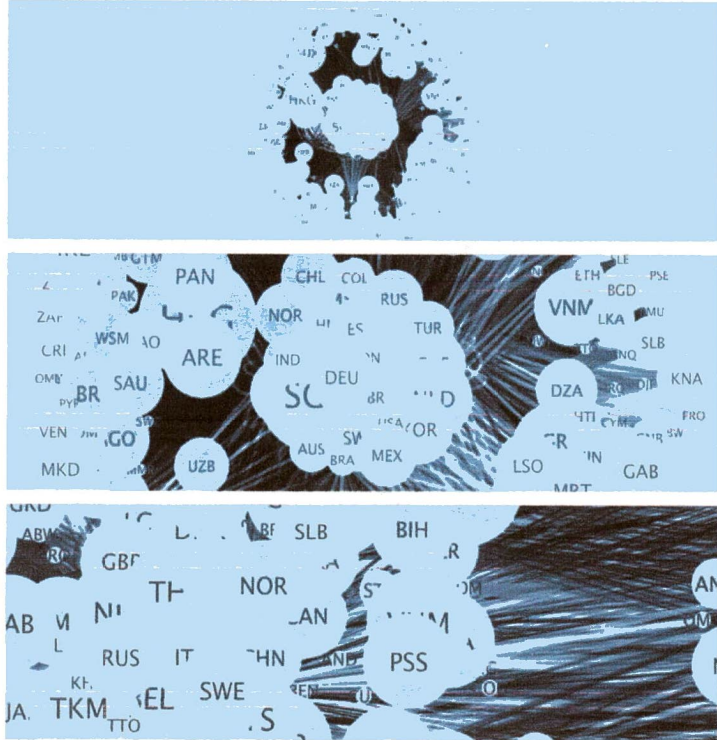


Figura 25: La red de comercio mundial (RMC) 2010.

Se muestran distintos aspectos de la red de comercio (RMC) generada con Cytoscape, se han cambiado los colores para acentuar dos cosas: el grosor de los enlaces y el tamaño de los nodos depende de su PIB, esta es una red de riqueza.

entre ellos. Mientras que las redes sociales son "asortativas", las redes biológicas y tecnológicas son "disasortativas" (v. García-Valdecasas and Ignacio [11]).

Esta subred es asortativa por lo que los nodos con grados altos (como se observa en la figura), buscan relacionarse con nodos del mismo tipo. Si los dividimos por tratado comercial como una forma de agrupamiento espacial podemos ver como las relaciones se dibujan de otra manera en la red de comercio mundial del 2010. Las relaciones de la red tiene una tendencia exponencial, como se muestra a continuación (v. Fig. 26).

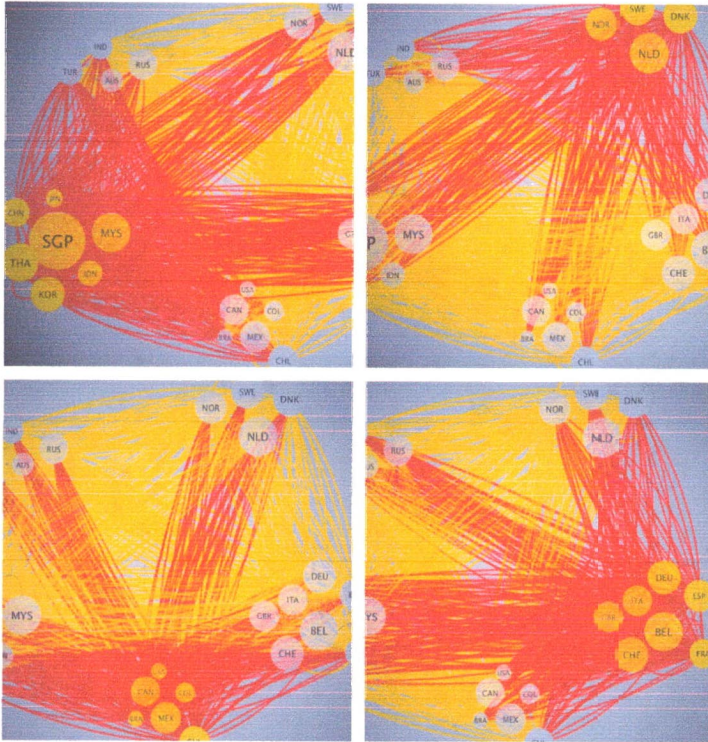


Figura 26: Componentes y relaciones de la columna vertebral de la RMC.

La gráfica exagera y denota las relaciones de los nodos, divididos por regiones geográficas mostrando la densidad de las interconexiones. Aunque se puede pensar que por construcción la red tiene esta forma, pues elegimos a los nodos que representan el 80% del PIB mundial y son éstos los mas conectados, el resultado es una subred un poco mayor que conjunta a los nodos mas conectados.

Se realiza a continuación un análisis de comunidades sociales para descubrir otro nivel de relaciones en el conjunto de datos comerciales, a diferencia del trabajo de Benedictis (v. De Benedictis et al. [6]) no se hará el análisis de los distintos sectores y servicios, sino del comercio y el CO₂, es importante notar que el tamaño del nodo no es PIB sino la huella de carbono del país.

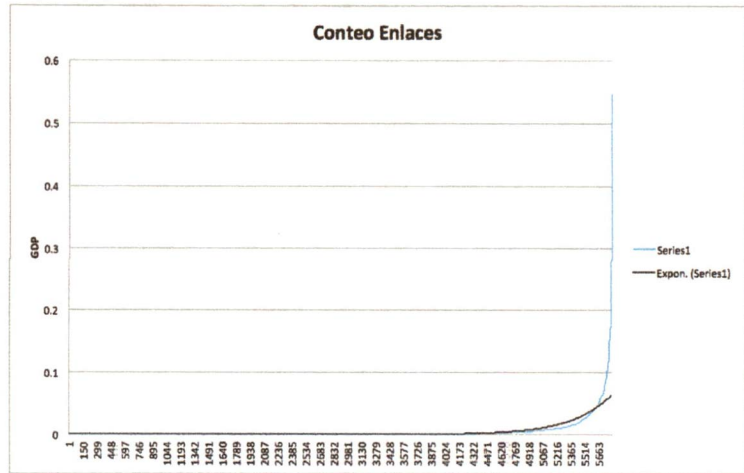


Figura 27: Conteo de enlaces de la RMC.

Esta gráfica muestra la distribución de enlaces con respecto al porcentaje del PIB, se sobrepone una curva exponencial ajustada que se coloca como tendencia comparativa.

4.2 ANÁLISIS DE COMUNIDADES

*Con base en la
sección 2.3.1.2 del
rco Teórico*

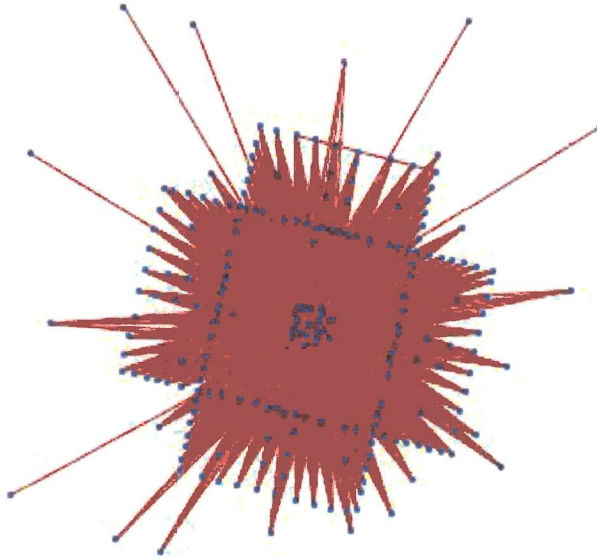


Figura 28: Muestra la jerarquía de la RMC.

Basado en el artículo
de revisión de
Kantarci and
Labatut [16] y
Seidman and Foster
[35]

4.2.1 Resumen de medidas de centralidad

En la tabla anexa (Tabla 6) se resumen los resultados de las medidas aplicables a la red (grafo).

Medida del grafo	Valor	Comentario
Número de nodos (N)	208	
Número de enlaces (L)	5785	
Diámetro del Grafo (D)	∞	este valor implica que es un grafo escaso (sparse) ^a
Conectividad de los vértices	0	es una medida global consecuencia del diámetro
Densidad del grafo	$\frac{2887}{21321} = 0,1354$	es un grafo débilmente conectado
Coefficiente de agrupamiento global (C)	$\frac{13230}{85837} = 0,1541$	determina un grafo débilmente conectado
Coefficiente medio de agrupamiento (\bar{C})	$\frac{6837720658589137237112009269}{285469888123308250628161502580} = 0,024$	debería coincidir con el valor global, pero es mucho menor

^a Aunque hablar de un número que tiende a ∞ es mucho, un grafo escaso siempre es $|L| \sim \Theta(|V|)$ o menor, un ejemplo claro es un árbol. La medida indica que está desconectado, pero hay caminos así que en realidad es un grafo escaso.

Cuadro 6: Medidas de centralidad globales RMC.

Medida del grafo	Valor	Comentario
Cliques (subred más conectada) más grandes	{209,12,20,28,36,42,43,44,55,70,75,87,90,91,97,99,105,122,130,142,149,164,174,181,190,191,201,208}	encuentra los cliques más grandes del grafo, 28 de los 31 países de la muestra
n-clanes más grandes (es un clique máximo)	{209,12,20,28,36,42,43,44,55,70,75,87,90,91,97,99,105,122,130,142,149,154,164,174,181,190,191,201,208}	coincide con el clique más grande (salvo 154 Panamá)
n-clubs más grandes	{209,12,20,28,36,42,43,44,55,70,75,87,90,91,97,99,105,122,130,142,149,152,154,164,174,181,190,191,201,208}	coincide con el clan más grande (salvo 152 Pakistán)
Nodos Concentradores	{142}	Es Holanda, esto implica que es el nodo que concentra mayor cantidad de relaciones en la red y es a través de este que se comunican las comunidades
Asortividad	$-\frac{1775045}{3\sqrt{15837442450683}} = 0,0047$	es un valor bajo entre -1 y 1

Cuadro 7: Medidas de topología RMC.

4.2.2 Resumen de medidas locales de red

En este caso $L \gg N^8$, con lo que el grafo pasa a tener una característica de un grafo complejo, sin embargo el diámetro del grafo denota que la red no está completamente conectada, por lo que no puede ser una red aleatoria (v. Albert and Barabási [3]). La medida global de la conectividad de los vértices, es una consecuencia de la media anterior y denota un valor bajo de robustez en la red. Ambas medidas establecen por un lado que el grafo está débilmente conectado y que la red puede ser una red social. El valor del coeficiente global de agrupamiento (cercano a 0) refuerza la idea, con esto se cumple una característica básica de una red que tiene comunidades.

El valor de la densidad del grafo, cercano a 0, asegura que el grafo es débilmente conectado. Tomando en cuenta a la característica de un grafo dirigido débilmente conectado, existen caminos (pocos) que recorren el grafo y a estos caminos, se les da la equivalencia de reconocerse como rutas comerciales, suponemos que si lo que se quiere es beneficiar a los países con ciertos tratados, se debe pertenecer a esta ruta y así se tendrá la mayor conectividad en la red de importaciones (cliqués y particiones en términos de redes complejas).

Como medidas locales a contrastar está el coeficiente medio de agrupamiento (\bar{C}), que en este caso es mucho menor que el global (C) dando por resultado que por nodo hay muy poca conectividad o los caminos para llegar a otro nodo son muy limitados a pesar de que hay muchos más enlaces que nodos y de la sensación intuitiva de que todos son "vecinos" de todos.

Por último y como cierre de medidas globales, se comparan los grados de los vértices a la entrada (in degree, k_v^{int}) a la salida (out degree, k_v^{ext}) y global (vertex degree, k_v). Como se observa en los histogramas, hacia adentro se concentra la mayor cuenta de valores menores o iguales a 20 y hacia afuera entre 20 y 30. El valor global se concentra entre 20 y 30 como es de esperarse aunque en todas las distribuciones tenemos al menos dos tipos de vértices, con muchos enlaces y con muy pocos, lo interesante es que viendo el histograma global (v. Fig. 29), hay muchos vértices con pocos enlaces y pocos vértices con muchos enlaces, explicando así porque la primera representación tiene dos niveles uno central (muchos enlaces) y otro periférico (pocos enlaces); de esta forma se sugiere el análisis de comunidades para el grafo. Así se cumple otra característica básica de una red con comunidades $k_v^{int} \gg k_v^{ext}$.

Dado que la red es direccional existe un grado de entrada (in degree, k_v^{int}) y de salida (out degree, k_v^{ext}), una suma se realiza para generar el grado global de la red.

Basado en el artículo de revisión de Fortunato [10] y Albert and Barabási [3]

8 la notación de Fortunato cambia, pero es correcta la equivalencia.

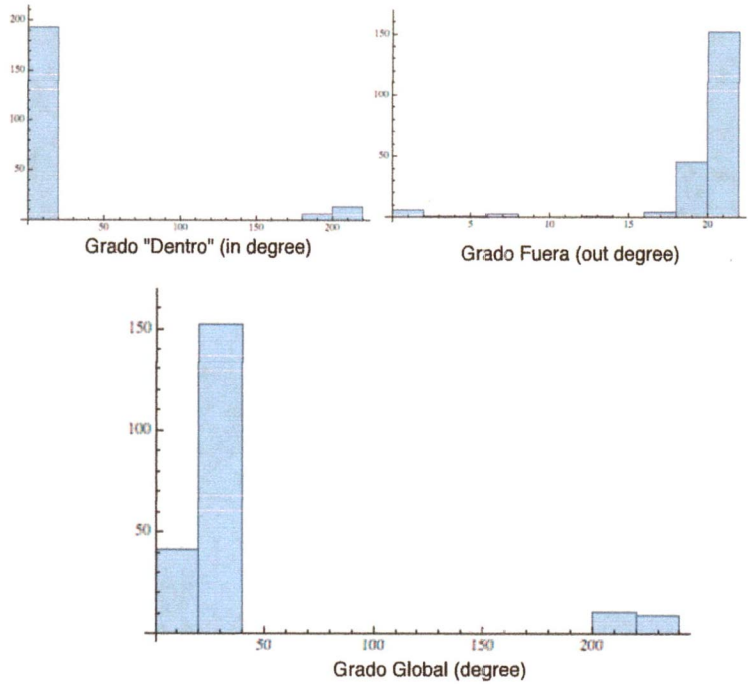


Figura 29: Distribución de grado en la RMC.

4.2.3 Análisis de Comunidades

En la literatura del análisis de redes sociales se tienen algunas medidas conocidas para detectar y definir comunidades (v. Fortunato [10]):

- mutualidad completa,
- alcance (reachability),
- grado del vértice y
- comparación de la cohesión interna vs. externa

La mutualidad completa suele medirse con cliques correspondientes, es decir, un subconjunto mínimo de vértices que se encuentran todos adyacentes. La lista de cliques de la red revela las relaciones recurrentes existentes entre: { Australia, Bélgica, Brasil, Canadá, Chile, China, Colombia, Dinamarca, Francia, Alemania, Hong Kong, India, Indonesia, Italia, Japón, Korea, Rep., Malasia, México, Holanda, Noruega, Rusia, Singapur, España, Suecia, Suiza, Turquía, Estados

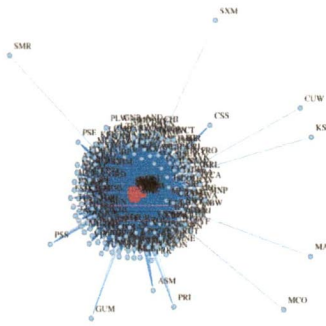


Figura 30: Mostrando el cliqué mayor de la RMC en rojo.

Unidos, Reino Unido ⁹. Este cliqué grande, es inusual en las redes sociales, y coincide con la mayoría de la lista de los 31 que se escogieron. Como la medida global de diámetro es un valor muy grande se explica con el hecho de que la mayor parte de los cliques son de tamaño 1 y por lo tanto no hay un camino (ni siquiera geodésico) que pase por todos los vértices y se puede determinar como un grafo desconectado en lo general, aunque como se apunta son dos realidades distintas en la periferia y el centro, si el vértice se toma del centro si hay diámetro, de la periferia puede que no. Finalmente las listas de n -clanes y n -clubs coinciden en el contenido, a excepción del último que por definición es un subgrafo máximo cuyo diámetro (D) es $d = 21$ que incluye a Zimbawe.

Una medida de la cohesión es encontrar los k -plex y los k -core del grafo. Un k -plex es un subgrafo máximo en el que cada vértice es adyacente a todos los demás excepto hasta k de ellos (v. Albert and Barabási [3]), en ese caso $k = 22$ — se incluye Afganistán y Angola; un k -core es un grafo máximo en el que cada vértice es adyacente a al menos otros k otros vértices del subgrafo (v. Seidman and Foster [35]). Interesante es observar, que mientras el más grande 22-plex existe, el 22-core no, es vacío, solo hay hasta 19-core; con cada versión de k -core disminuye la lista de vértices: 212, 201, 202, 197, 196 y 186, para 1-core, 11-core, 14-core, 14-core, 17-core, 18-core y 19-core respectivamente. El subgrafo más grande es el 1-core. Al revisar los valores de los vértices en las listas se descubren un par de comunidades, una muy grande 1-core y una más pequeña 22-plex, como es de esperarse ambas comparten algunos vértices. Una característica importante a notar, es que para este grafo:

$$1\text{-core} \supset 11\text{-core} \supset 14\text{-core} \supset 17\text{-core} \supset 18\text{-core} \supset 19\text{-core} \supset 20\text{-core}$$

⁹ Éste el cliqué más grande debido al análisis del club y clan y k -core.

Una forma común de mostrar que existe una comunidad es con un dendrograma o diagrama jerárquico, que muestra la distribución de los nodos y sus relaciones, esta vista ayuda a entender a manera de un corte longitudinal como se forman las comunidades que existen en el grafo.



Figura 31: Dendograma de la red RMC.

Este diagrama muestra por niveles el espectro de la red, al ver este espectro notamos lo que se quiere decir por una red jerárquica, pues hay una capa de nodos que están más arriba y que tienen una gran densidad de enlaces y otra capa de nodos que están tienen otra densidad de enlaces.

El grado del vértice se analiza obteniendo el conjunto Lambda que es un subgrafo tal que cualquier par de vértices del subgrafo tiene una conectividad de enlace mayor que cualquier otro que se forme dentro y fuera del grafo (v.). En este caso $\lambda \supseteq 1 - \text{core} \cup 22 - \text{plex}$.

Analizando medidas de similitud en redes sociales, un valor de asortividad (la preferencia de los vértices a ligarse a otros) entre -1 y 1 es normal para grupos de vértices agrupados en comunidades, en este caso es una red diasortiva.

La medida de la cohesión la dan las particiones del grafo, que es una división de un grafo con base a sus coeficientes de agrupación (clustering), cuando las comunidades se traslapan (fuzzy) se les denomina cubiertas a las particiones. Como se muestra en el gráfico anexo, en dos colores cada una de las particiones traslapadas (cubiertas) en rojo y azul (ángulo inferior izquierdo) y de clanes (ángulo inferior derecho) con respecto a la red inicial (v. Fig. 32).

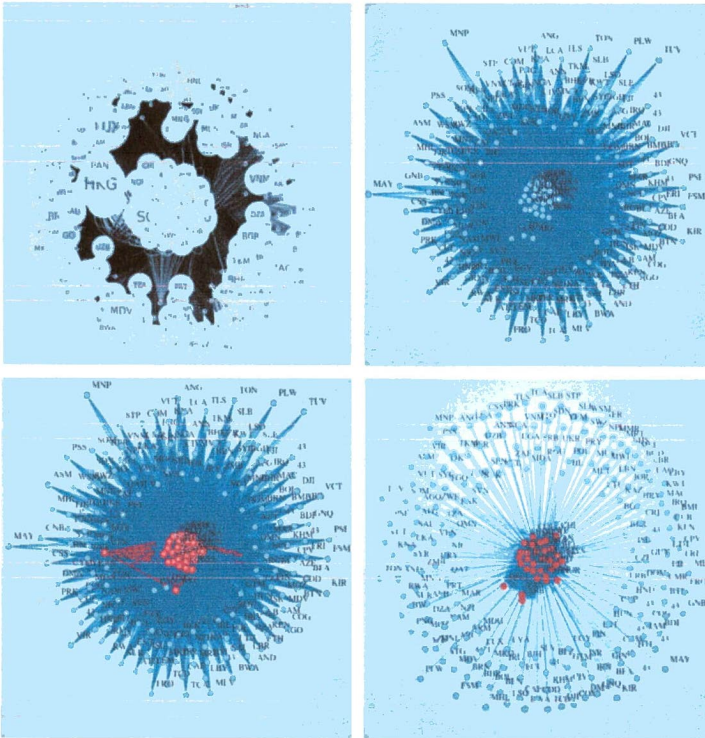


Figura 32: La red RMC con distintas escalas de representación.

Se muestran diferentes representaciones de la red de comercio en donde se destaca la densidad de los enlaces y sus nodos en la columna vertebral de la red.

Finalmente mostramos una gráfica de comunidades (v. Fig. 33), generada con herramientas de análisis de redes sociales; observamos que la comunidad roja (izquierda) los países centrales son más de la Unión Europea (UE) como tratado comercial y que otra comunidad la amarilla tiene una relación con los exportadores APEC (Tratado de Asia-Pacífico), los participantes del NAFTA (TLC en español) se encuentran a un lado y el otro de las comunidades (v. Lee et al. [20, Fig. 4], para contrastar las comunidades por hemisferios). Estas comunidades en la representación son mutuamente excluyentes pues no se comparten vértices entre ellas (tercer recuadro de arriba a abajo en la Fig. 32) a pesar de que en la red inicial están todos juntos por sus valores de centralidad global. Ambas subredes son fuertemente conectadas a diferencia de la red inicial, característica de las comunidades de una red social¹⁰.

¹⁰ Gráfica desarrollada con dos paquetes distintos de visualización de redes, simultáneamente Cytoscape y Mathematica 9. Primero el filtro de comunidades basado todo en la distancia entre los nodos a través del peso de los enlaces. Ambos arrojan dos comunidades, pero no muestran posibles traslapes.

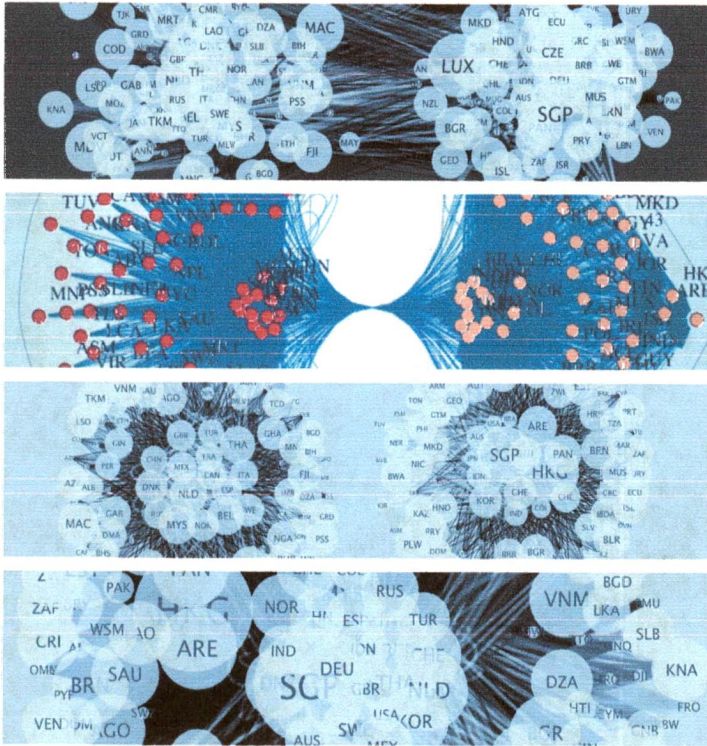


Figura 33: La red RMC análisis de comunidades.

Se observa que cada comunidad tiene un centro similar al otro (vértices 15 y 16 o países), y las relaciones comerciales tienen como eje principal países de la APEC, debido a que el tamaño de los vértices representa a las emisiones de CO₂ observamos que la APEC contamina más que la UE, como se aprecia en el recuadro central de la Fig. 25. El NAFTA (TLC) está dividido entre las dos comunidades, siendo más favorable para USA que para los otros dos participantes, también está dentro de los que menos contamina en esa comunidad.

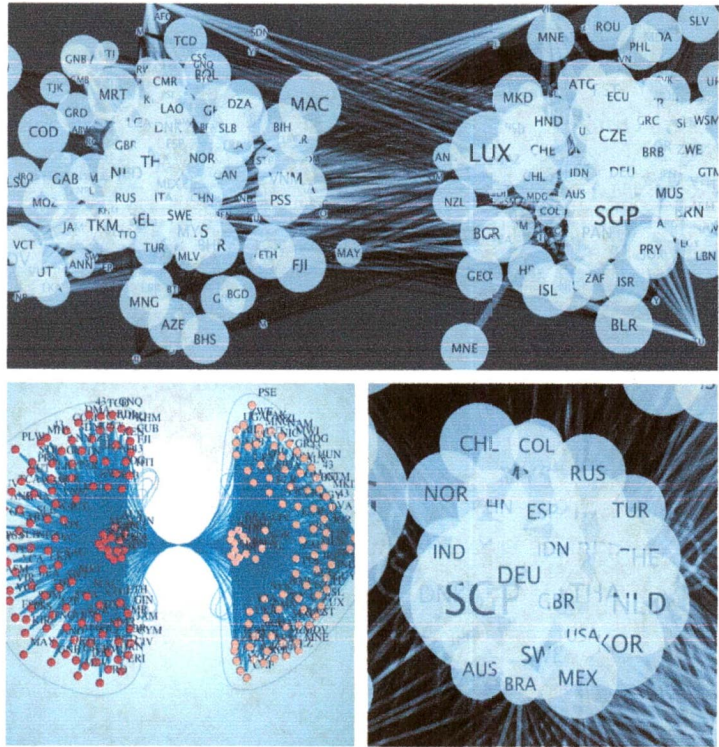


Figura 34: La red RMC análisis de comunidades, detalle.

Muestra cómo a la red mundial (RMC), lo que parece ser la columna vertebral, con el filtro de comunidades se parte en dos grupos importantes y visibles y se puede ver como los grupos hegemónicos del comercio mundial.

La red resultante tiene dos comunidades como se muestra, en el gráfico, se aprecian dos representaciones de las comunidades resultantes y la comparación con la columna vertebral de la red, ambas comunidades son mutuamente excluyentes y se reparten los miembros de la columna vertebral. Este algoritmo no toma en cuenta el peso de los enlaces, y aunque la direccionalidad no es importante, se puede pensar en utilizar un algoritmo que tome en cuenta el peso, como una forma de distancia entre los nodos, utilizando una fórmula calificadora aditiva, el resultado es un tanto diferente pero relacionado con la discusión del siguiente capítulo dado que dependiendo del algoritmo de análisis de agrupaciones (clusters) es el resultado obtenido.

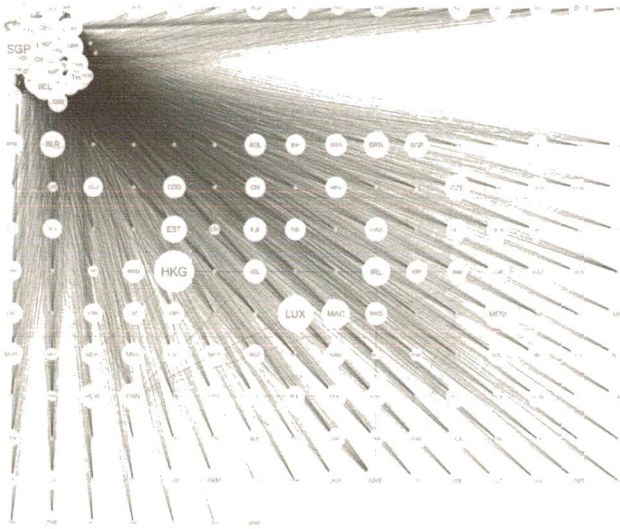


Figura 35: La red RMC análisis de comunidades, agrupaciones.

Muestra el filtrado de la red ahora utilizando un algoritmo de agrupaciones, recurre a la definición de n -cliques y la distancia como peso del enlace, así entre más lejos de la columna vertebral y tenga menos conexiones con el resto pertenece más a una isla y está más lejos del origen (ángulo superior izquierdo), este algoritmo denota mejor la jerarquía de la red.

En este caso, este es el resultado de ejecutar el algoritmo MCODE¹¹ para agrupaciones altamente conectadas como es el caso actual. Note que la columna vertebral de la red de comercio mundial es la más conectada y por esta razón es la agrupación más grande (por lo tanto más cerca del origen); se muestran las otras agrupaciones relacionadas y se puede ver cómo es que se comparten nodos entre estas agrupaciones aunque no de manera obvia.

¹¹ <http://allegroviva.com/allegromcode/mcode-algorithm/>

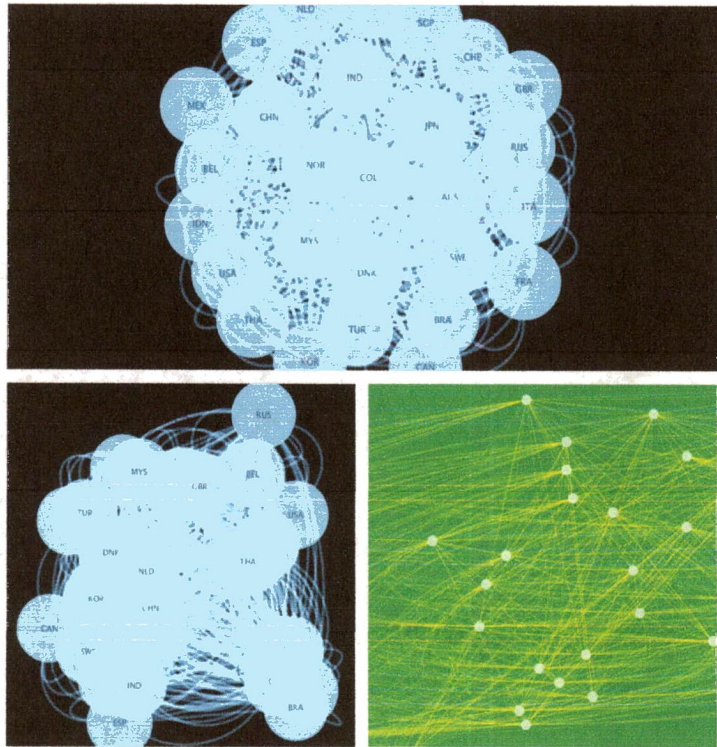


Figura 36: La red RMC análisis de comunidades, columna vertebral simplificada.

Finalmente observamos un filtro más a la columna vertebral (v. Fig. 36) para determinar sus relaciones básicas. La columna vertebral se aísla del resto y se filtran sus relaciones para mostrar sus "carreteras" que conllevan a relaciones fijas entre los nodos (en verde) note que retiramos las etiquetas para mostrar la estructura de la columna vertebral. Antes buscamos encontrar una estructura con otros filtros (en negro).

4.3 SIMULACIÓN DE RED DE COMERCIO

4.3.1 Análisis de Escenarios IPCC92a-f

Una de las críticas hacia los escenarios IPCC92a-f es que son poco realistas en algún sentido (toman en cuenta alrededor del 80 % de los países listados por el Banco Mundial), como veremos a continuación hay algo de razón, pero sirven muy bien de contraste para el trabajo posterior, finalmente surgen del análisis y de otros ejercicios de simulación con base en las condiciones prevalecientes de su momento, lo que los hace sorprendentes en muchos casos. Se analizarán los cuatro términos de indicadores que forman parte de la identidad Kaya (v. Eq.(1)) y el resultado de aplicar la identidad aplicando (v. Eq. (4), (5) y (6)) como una relación recurrente (el resultado de Raupach) se contrastará con los escenarios base IPCC.

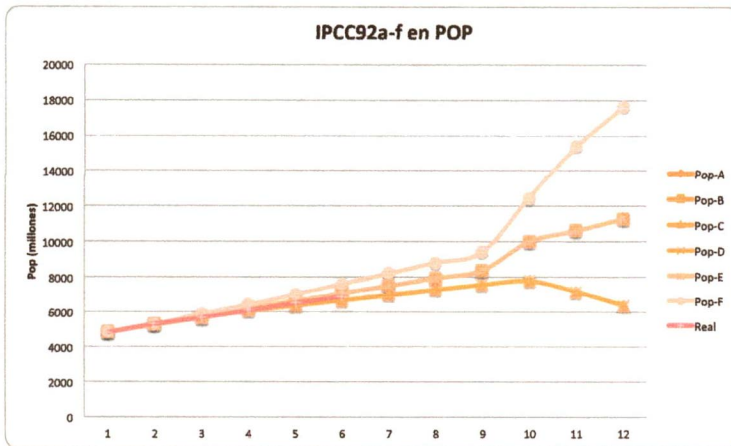


Figura 37: Escenarios IPCC92 a-f POP.

En esta gráfica mostramos como supone el escenario que crezca POP (población mundial) contrastando la tendencia real (en rojo, datos del Banco Mundial). La cuenta en el eje abscisas se muestra la cuenta de los años desde 1992 cada 2 años, en el eje de ordenadas la población mundial en millones.

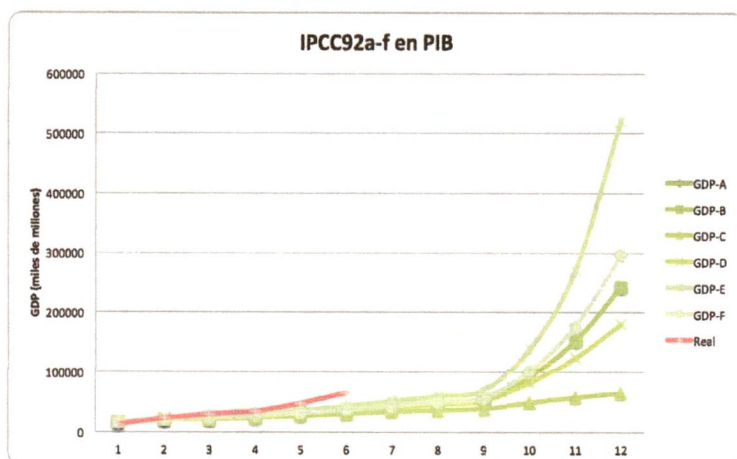


Figura 38: Escenarios IPCC92 a-f PIB.

En la siguiente gráfica se muestran los escenarios en colores claros (verde) y contrastando en rojo el valor de PIB mundial real (datos del Banco Mundial). Las barras verticales muestran las diferencias entre los valores altos y bajos en cada punto (año), el valor real es una cota superior de los escenarios calculados.

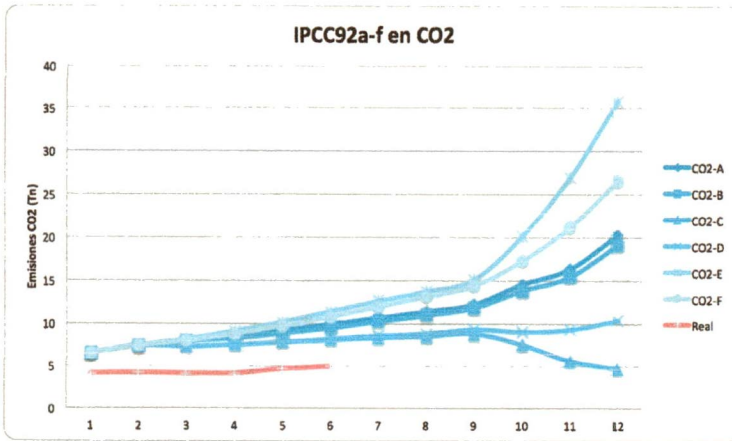


Figura 39: Escenarios IPCC92 a-f CO₂.

Finalmente se analiza el escenario de emisiones que sirve para establecer la manera en que las emisiones están siendo calculadas en cada simulación. Note que para los escenarios resultan los valores reales por debajo del escenario más bajo, los escenarios son una cota alta de los valores reales.

Como el conjunto de los valores de los escenarios resultan útiles debido a lo apegados que son a lo que se está viendo en realidad, se tomarán como una cota inferior y superior de valores a analizar con la finalidad de aplicar de manera estocástica la simulaciones y de esta manera en la lógica del campo medio, obtener resultados que sugieran escenarios factibles por su consistencia.

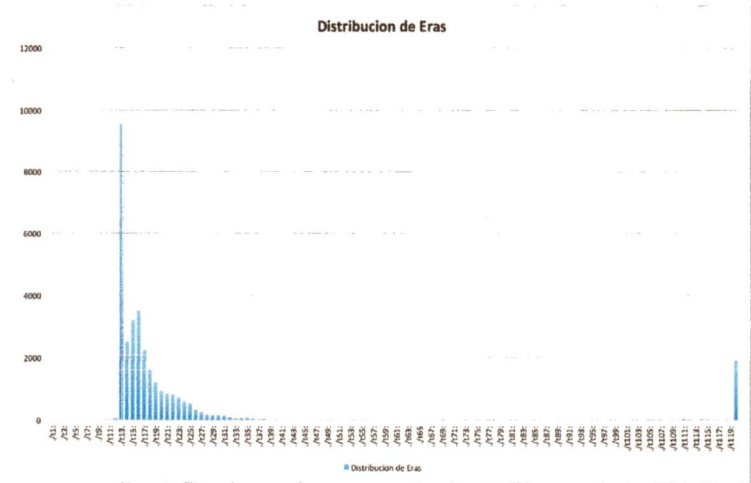


Figura 40: Distribución de las Eras en la Simulación.

Se realizaron variaciones a los valores determinantes de la simulación: probabilidad de cambiar de estrategia de jugar, el PIB, la POP, el GEU y finalmente aplicar una distribución de probabilidad para cambiar una estrategia (juego evolutivo); se ejecutaron 300 pruebas por cada variación (escenario) y se obtuvieron 10,800 escenarios.

La gráfica muestra como en cada era (tick, ejemplificado como txx en el eje x) la cuenta de escenarios desarrollados, de esta forma se crea una distribución de eras. Una forma de contrastar este resultado con otros existentes es que la distribución parece una de Pareto Generalizada (PIB (GDP) en la jerga estadística) que se asocia con la modelación de grandes colas (long tails) y a la distribución Generalizada del Valor Extremo que están asociados con problemas financieros (valores futuros) y determinación del riesgo en la valuación (v. [Markose and Alentorn \[22\]](#)).

Se analizarán por brevedad el 16% de los escenarios (1,770) que corresponden a la sección que parece como escenarios posibles (v. [Fig. 41](#)) y el 84% que se dejará de lado debido a su falta de utilidad en el análisis, aunque es prudente decir que por completez se deben analizar para comprender porque no son factibles, sin embargo como son 9,030 escenarios no se realizarán por falta de tiempo.

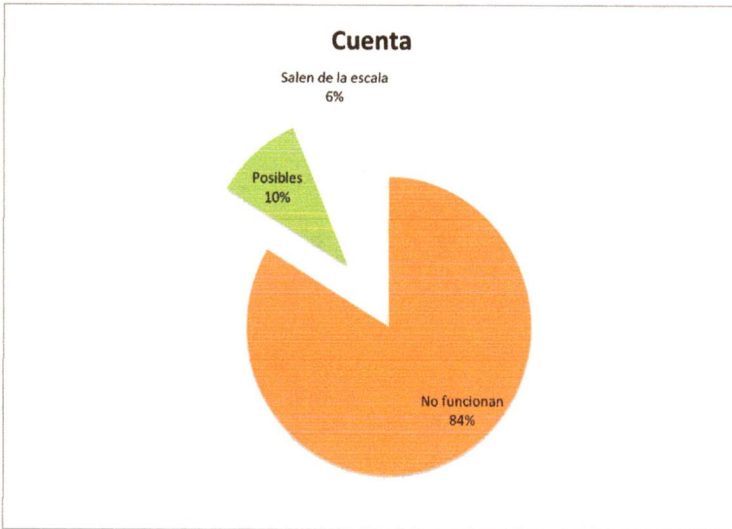


Figura 41: Cuenta de escenarios.

Se muestra en un pay la cuenta de los escenarios totales y se destacan los posibles y los que se salen de la escala, la lógica está en el número de ticks (eras) que sean menores a 22, pues antes de eso no nos alcanzan para llegar a este año y por lo tanto no son útiles.

Se realizaron programas de extracción de datos (ETL) para separar los datos del encabezado y así separar los resultados con una u otro resultado de variables por escenario. Inicialmente obtuvimos esta determinación analizando por tipo de juego (v. Tabla 9).

Cuando analizamos los datos de acuerdo con la variación de probabilidad (estrategia mixta) y con el tipo de Juego tenemos los datos de la Tabla 10.

En el siguiente capítulo se analizarán los datos obtenidos de la simulación, para establecer un escenario factible de soluciones a las variaciones realizadas, también se discutirán las redes tipo, resultantes por escenario factible, con el fin de analizar la evolución de la misma durante la simulación de los escenarios.

Medida del grafo	Valor	Comentario
k-plex (un tipo de clique)	[109,12,20,28,36,42,43,44,55 70,75,87,90,91,97,99,105,12 2,130,142,149,152,154,164,1 74,181,190,191,201,208]	es muy parecida a la lista de cliques, n-clanes y n-clubs
k-core (otro tipo de clique)	[81,209,2,3,5,6,7,8,9,10,11,1 2,13,14,15,16,17,18,19,20,21 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 107, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 150, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 210, 211, 212, 213, 214, 216, 217, 218, 219, 104, 4, 37, 148, 151, 215]	contiene una parte de k-plex
Particiones	[2, 3, 8, 9, 10, 12, 13, 18, 19, 20, 21, 22, 26, 28, 29, 30, 39, 42, 43, 44, 47, 48, 50, 53, 54, 55, 58, 59, 60, 61, 64, 69, 71, 74, 75, 76, 77, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 94, 96, 97, 99, 100, 101, 110, 111, 113, 116, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 125, 128, 132, 134, 135, 136, 137, 139, 143, 144, 145, 149, 150, 152, 154, 156, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 170, 171, 176, 177, 180, 190, 191, 194, 197, 200, 201, 205, 206, 207, 210, 213, 216, 218, 219], [1, 209, 5, 6, 7, 11, 14, 15, 16, 27, 31, 32, 33, 40, 45, 46, 49, 63, 65, 66, 67, 78, 79, 82, 83, 17, 23, 24, 25, 34, 35, 36, 38, 51, 56, 57, 62, 68, 70, 72, 73, 92, 93, 98, 102, 103, 114, 118, 130, 131, 146, 147, 168, 169, 179, 181, 187, 188, 189, 192, 199, 202, 212, 214, 105, 107, 109, 112, 124, 126, 127, 129, 138, 140, 141, 142, 153, 155, 157, 166, 172, 173, 174, 178, 182, 183, 184, 186, 193, 195, 196, 198, 203, 204, 208, 211, 217, 104, 4, 37, 148, 151, 215]	claramente dos particiones traslapadas (cubiertas)

Cuadro 8: Medidas de centralidad redes sociales RMC.

PD	1726	76 %
SH	549	24
	2275	

Cuadro 9: Conteo de escenarios por eras (ticks).

		Beta			Total
Tipo Juego	Prob.	0.3	0.6	0.9	
	0.1	491	515	507	1513
	PD	318	326	320	964
	SH	173	189	187	549
	0.4	225	216	236	677
	PD	225	216	236	677
	0.8	33	25	27	85
	PD	33	25	27	85

Cuadro 10: Escenarios por probabilidad.

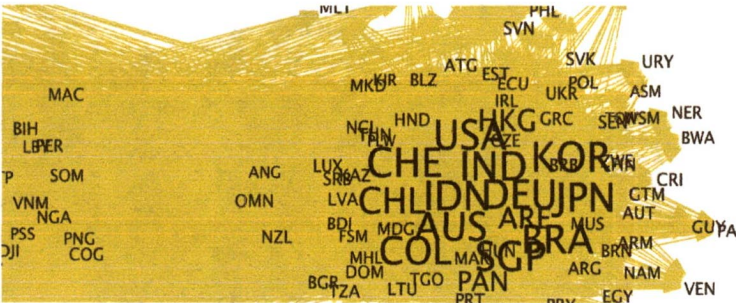


Figura 42: Acercamiento a la RMC en comunidades.

5.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE SIMULACIÓN

La metodología propuesta para el análisis de la red ayuda a mostrar aspectos que no se habían propuesto antes. Descubrir de manera directa características locales y globales están en línea con las metodologías generales de análisis de agrupaciones (clustering) en grafos. De tal forma que aplicar genéricamente algoritmos en esta línea de trabajo es útil, sin embargo, es cierta la aseerción de Fortunato (v. Fortunato [10]) al respecto de que los algoritmos de detección de comunidades dependen de la naturaleza de los datos, como se observa en la sección de resultados, donde se aplicaron algunos algoritmos de detección de comunidades que dependiendo de sus supuestos, generan representaciones haciendo énfasis en sus supuestos, ya sea que se busquen resaltar el subgrafo(s) más conectado(s) o la(s) partición(es) más abultadas, el conocimiento íntimo de los datos definirá mejor lo que se busca resaltar en la red.

La simulación se desarrolló en Netlogo para Mac, y lo que observamos fundamentalmente es la vista de mundo, donde se dibuja la red (RCM), los nodos son burbujas azules (cooperador) y cuadros rojos (no-cooperador) a la manera del trabajo de Santos y Pacheco (v. Santos et al. [33]), los arcos tienen un código de colores que van desde el rojo (30 %) hasta el gris (0.1 %) de la fracción $X - M$ del PIB. Los controles (switches) mostrados a la izquierda del mundo tiene que ver con que parte del algoritmo estamos trabajando (v. Infra) y las gráficas que acompañan al mundo muestran el comportamiento de las variables económicas de la identidad Kaya y el cálculo de Raupach.

En la simulación se abordan 3 escenarios importantes:

ESCENARIO 1 el escenario IPCC sin intervención

ESCENARIO 2 el escenario IPCC buscando jugar el PD

ESCENARIO 3 el escenario IPCC buscando jugar el SH

Cuando se ejecutó el escenario 1 (controles IPCC-92 en On, coop-algo en Off y co2-guard en On) se observó lo siguiente: En todos los casos el escenario no pasa del tick¹ 10 — es decir que no pasa de 2002 — para lograr un excedente de CO₂ que se considera peligroso para el ambiente, por lo que estos valores de los escenarios no son en especial básicos para lograr una reducción de CO₂. A este efecto le diré inflacionario porque es una curva que siempre crece y esa es la aproximación del escenario sin intervención.

Cuando se ejecutó el escenario 2 (controles IPCC-92 en On, coop-algo en On, tipo-juego en PD y co2-guard en On) se observó lo siguiente: Se sobrepasó el tick 11 — es decir 2004 — en general se inició con una red no cooperadora y luego se terminó con una cooperadora — una cantidad de nodos con la estrategia cooperadora y luego nodos con estrategia no cooperadora.

Cuando se ejecutó el escenario 3 (controles IPCC-92 en On, coop-algo en On, tipo-juego en SH y co2-guard en On) se observó lo siguiente: En general se sobrepasó el tick 12 — es decir 2005 — en general se inició con una red cooperadora y luego se terminó con una cooperadora.

Aunque esta relatoria es muy simplista, esto fue lo que indicó que se debían de realizar variaciones y repeticiones sobre los indicadores en juego, como se mostró en el capítulo de Metodología, las variables — indicadores económicos — ya están relacionados y acotados para que se pueda llevar una simulación y los nodos jueguen de acuerdo con el marco de juego propuesto — PD o SH. No se esperaba ver más que variaciones del escenario inflacionario principal, pero se recuerda que en la economía se muestran relaciones cíclicas del PIB (v. [Fontela Montes \[9\]](#)) y de esta forma la hipótesis, de estar bien planteado el modelo se verán variaciones cíclicas de esta variable en el tiempo.

¹ En este trabajo se determinó que cada nodo jugaría una vez en cada ciclo y que cada ciclo o tick equivaldría a un año.

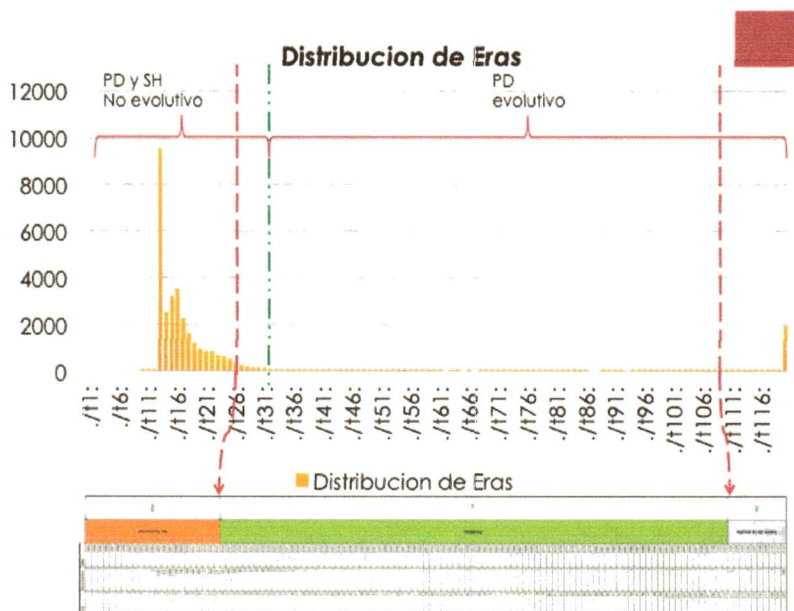


Figura 44: Distribución de eras.

Muestra la distribución de escenarios de simulación realizados con las variaciones mencionadas en la metodología.

Inicialmente se suponía que, debido a que existen muchos escenarios que exceden el umbral establecido para el éxito, sería porque las redes son evolutivas, en general así fue, hay un 94 % de ellas en los escenarios aceptados, con lo que se tiene un indicio de que la característica de red evolutiva conlleva una solución factible. Como se observa en la gráfica compuesta (v. Fig. 44), hay una buena cantidad de escenarios factibles que se tomarán en cuenta para el análisis, a partir del tick 26 (2018) y hasta el 120 (2112); cada tick lo he llamado **era** porque da la idea de tiempo y en cada era hay una cantidad de escenarios que terminaron en esa era determinada, la gráfica muestra que en general hay menos escenarios factibles que poco factibles y que solo una pequeña parte de éstos son con juegos de coordinación, el resto son de anticoordinación lo que deja a la hipótesis inicial trastocada.

Como muestra la gráfica siguiente hay muchos más escenarios con juegos PD que con SH prácticamente en un radio de 3 : 1, algo que de entrada no se puede explicar y que los juegos SH se queden justamente en la era 31 (2023) y no sobrepasen este umbral tampoco. Se tomó

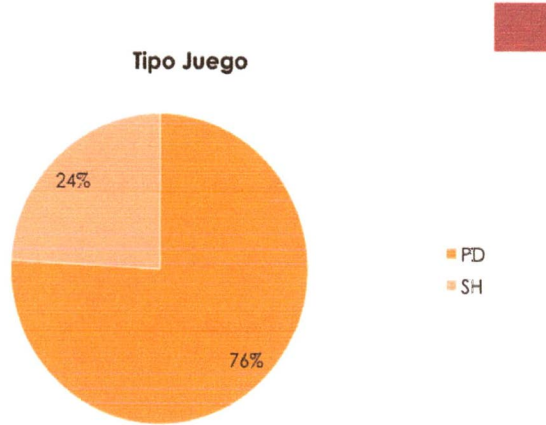


Figura 45: Porcentajes por Tipo de Juego.

el universo de simulaciones (**corridas**) y se observó el resultado final. Después se supuso que las redes "exitosas" debían ser fundamentalmente las que tienen un juego de coordinación pues en las redes de Santos y Pacheco, con su algoritmo, esta condición demostraban superar la expectativa de cooperación y con ello obtener la característica buscada, sin embargo el 76 % de la redes factibles juegan PD que se espera genere una red no cooperadora pues es un juego de anticoordinación. Por lo que, con lo anteriormente dicho, se esperaba que en la red de comercio mundial se sobreponga el juego de anticoordinación.

Se supuso que una variación en la intención de ejecutar la estrategia (estrategia mixta) tendría el efecto de que se buscaba — durar más tiempo en los límites de CO₂ permitidos — pero se observó que conforme se tiene una probabilidad más alta se reducen los escenarios y conforme la probabilidad de cambiar la estrategia (evolutiva) se reduce, tiende a tener una mejor respuesta hacia el centro de la distribución, que es donde presenta mayores escenarios. Por lo que se obtiene una mejor respuesta — más escenarios — mientras la estrategia mixta está cercana a 0,5 y la intención de cambiar la estrategia (evolutiva) también.

Coinciden casi simultáneamente los escenarios donde la red es factible pero no evolutiva y el tipo de juego SH (coordinación), este resultado es contraintuitivo, como se estableció antes, la hipótesis sugería que debían ser las redes que juegan juegos de coordinación las que tuvieran más ticks y las más cooperadoras (más nodo con estrategia cooperadora que no) y como se observa, la primera aseveración no se cumple, más allá del tick 32 (2025) no hay escenarios con juegos de coordinación (línea verde de la gráfica de la distribución de las eras).

5.1.1 Análisis de Distribuciones

Se revisó entonces cada serie de datos para observar un poco cómo es que estaban evolucionando, la primera variable se construye a la estrategia mixta y se obtuvo la siguiente gráfica compuesta. Se tomó

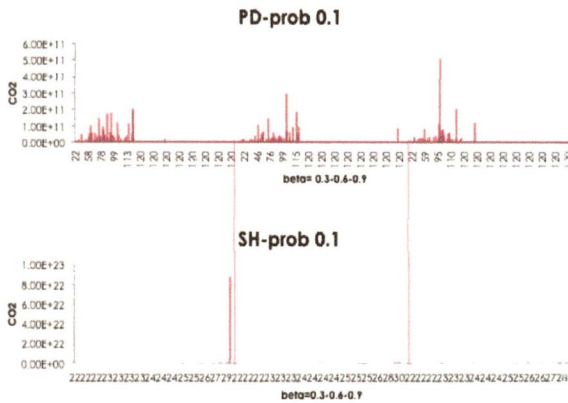


Figura 46: Distribución de eras con prob = 0,1 por tipo de juego (sección verde).

el conjunto y lo se segmentó, para saber cómo se distribuye tomando en cuenta la probabilidad inicial. Note que cuando la estrategia mixta es del 0,1 de la estrategia que tenía al inicio o 90% del tiempo la otra estrategia, el umbral de CO₂ se mantiene en niveles de 3×10^{11} , jugando PD pero jugando SH está por debajo de 2×10^{22} .

Cuando la estrategia mixta es del 0,4 o 60% del tiempo, selecciona la otra estrategia el umbral de CO_2 , queda en general por debajo de 2×10^{11} , es decir que efectivamente conforme la estrategia mixta aumenta entonces el nivel de CO_2 disminuye y es por eso que termina siendo este juego el que domine las simulaciones. Se tomó el conjunto

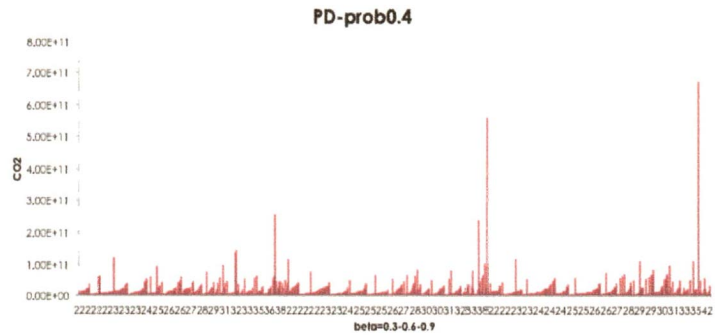


Figura 47: Distribución de eras con prob = 0,4 por tipo de juego (sección verde).

y se segmentó para saber cómo se distribuye tomando en cuenta la probabilidad inicial, se observó que el único juego es PD.

Cuando la estrategia mixta está en un 20 % del tiempo para cambiar la estrategia, entonces el CO₂ llega a niveles generales del 5×10^{11} , pero la observación más interesante es que los datos muestran que los escenarios se terminan en eras más tempranas cada vez, siendo 10 % del tiempo la propia estrategia la que más lejos llega. Se decidió entonces analizar el tramo de esta estrategia mixta y las que exceden los 110 eras (año 2102) y se obtuvo esta gráfica. Se tomó el conjunto y

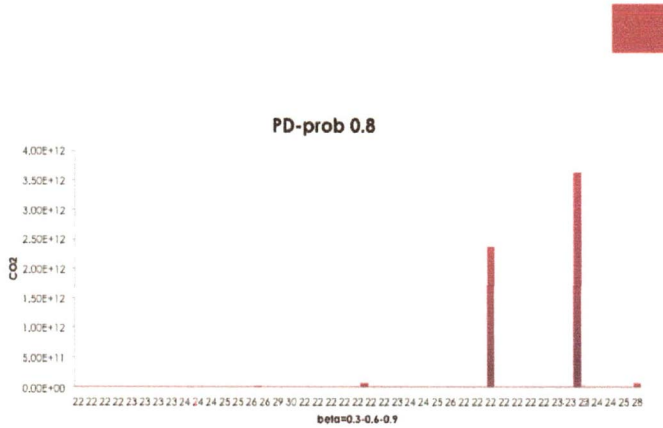


Figura 48: Distribución de eras con prob = 0,8 por tipo de juego (sección verde).

se segmentó para saber cómo se distribuyen los escenarios, tomando en cuenta la probabilidad inicial, se notó que el único juego es PD. Hay muy pocos escenarios distribuidos a lo largo del tiempo y casi todos terminan de la misma forma.

En la siguiente gráfica, se observa que solo al inicio de cada beta (intención de cambio) se terminan y luego hay muchos que siguen en la era 120 (año 2112), ésto cuando se ejecutaron las simulaciones; se observó que no iban a terminar en 120 eras sino en más — la simulación terminaba en 120 eras para dar un indicio de que seguía más allá de las 110 eras — siendo ésta señal de que alguna especie de ciclo límite se acercaba, lo que lleva a establecer que a partir de estos datos se tiene una condición de punto de bifurcación. Se tomó

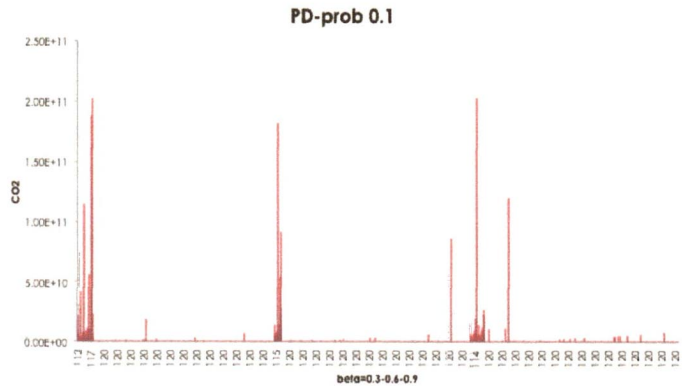


Figura 49: Distribución de eras con $\text{prob} = 0,1$ por tipo de juego (sección gris).

el conjunto y se segmentó para saber cómo se distribuye tomando en cuenta la probabilidad inicial, se observó que el único juego es PD.

5.1.2 Revisión de Tendencias por Bandas de Eras

Ahora lo que se mostrará cómo se ven las redes en la condición de un conteo de nodos con su estrategia y cómo evolucionó ésta a lo largo del tiempo. Tomaré un par de ejemplos (corridas) en cada escenario (t o ticks o eras) para contrastar el resultado y de esta forma se pueda concluir alguna idea del comportamiento (tendencia) de: la fracción de cooperadores vs. no cooperadores y las variables globales estandarizadas de la identidad Kaya.

Un vistazo rápido muestra que en 120 eras o más hay un escenario hipotético no factible aunque ofrece la idea general de que realizando variaciones entre PIB (GDP en la gráfica en verde) y CO₂ (en rosa en la gráfica) tienen la clave de los escenarios exitosos; en general no hay PIB negativo ni CO₂ negativo, pero variaciones positivas pueden generar escenarios factibles, estas redes son cooperativas como se observa en la fracción de cooperación.

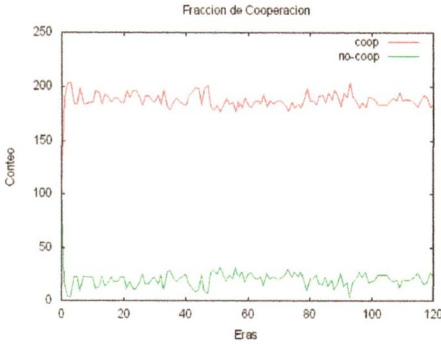


Figura 50: Frac. Coop. t-120 a)

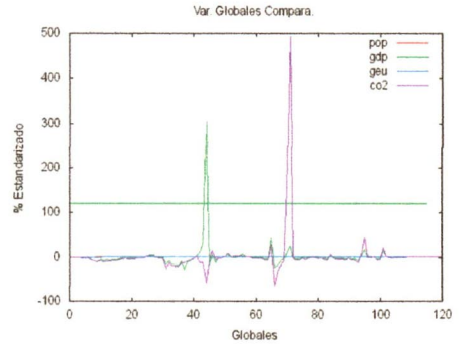


Figura 51: Globales t-120 a)

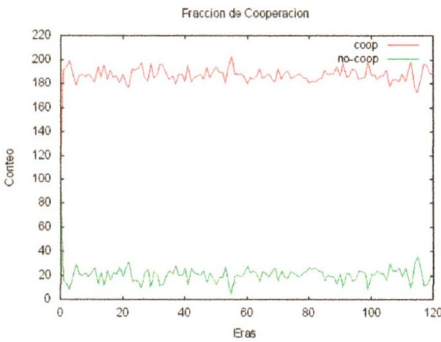


Figura 52: Frac. Coop. t-120 b)

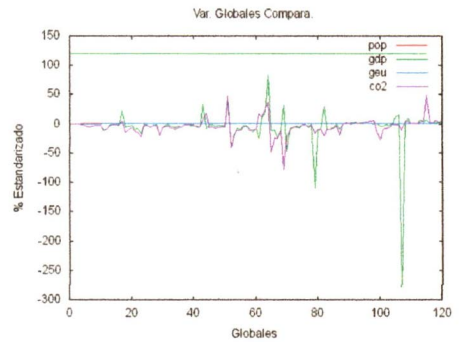


Figura 53: Globales t-120 b)

Figura 54: Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-120 (sección gris).

En el lado izquierdo se observa la fracción de cooperación, en rojo los cooperadores y en verde los no cooperadores a lo largo del tiempo (eje abscisas). En el lado derecho el escenario de las variables económicas (globales) analizadas: POP en rojo, GDP en verde, GEU en azul

y el CO_2 calculado en rosa, observe el comportamiento cíclico a lo largo del tiempo (eje abscisas).

Hacia atrás, y en la banda de las 110 eras se observa el mismo comportamiento oscilante, en donde se tienen menores variaciones que son más factibles de observar en la economía, de nuevo, esta es una red cooperadora y este escenario es más factible que el inmediato anterior.

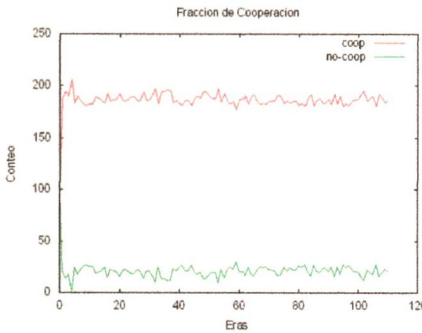


Figura 55: Frac. Coop. t-110 a)

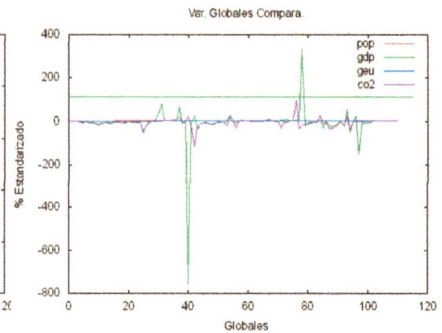


Figura 56: Globales t-110 a)

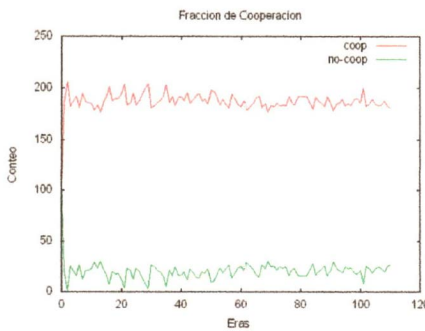


Figura 57: Frac. Coop. t-110 b)

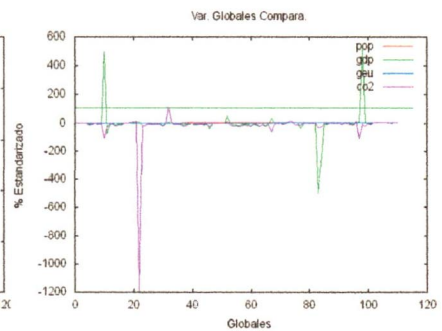


Figura 58: Globales t-110 b)

Figura 59: Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-110 (sección gris).

En el lado izquierdo vemos la fracción de cooperación, en rojo los cooperadores y en verde los no cooperadores a lo largo del tiempo (eje abscisas). En el lado derecho el escenario de las variables económicas (globales) analizadas: POP en rojo, GDP en verde, GEU en azul y el CO₂ calculado en rosa, observe el comportamiento cíclico a lo largo del tiempo (eje abscisas).

Analizando ahora la banda de 100 eras se observa un comportamiento similar y con eso se termina la banda gris de los escenarios factibles pero que anteceden al límite ecológico. Es interesante observar que hacia esta banda gris la distribución se va haciendo mas delgada (menor número de escenarios) como se se llegara a un límite de capacidad de carga de las variaciones en el modelo.

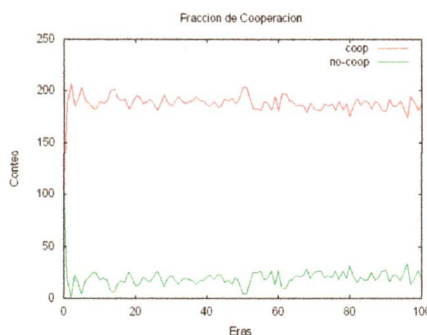


Figura 60: Frac. Coop. t-100 a)

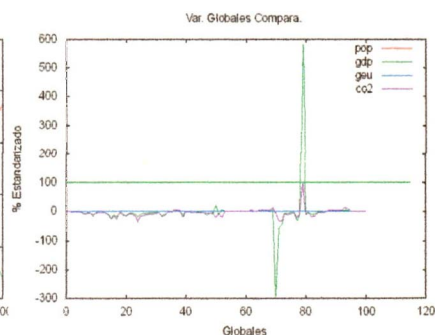


Figura 61: Globales t-100 a)

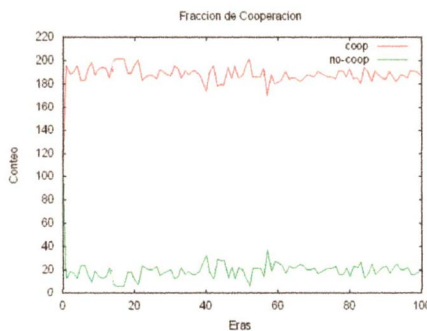


Figura 62: Frac. Coop. t-100 b)

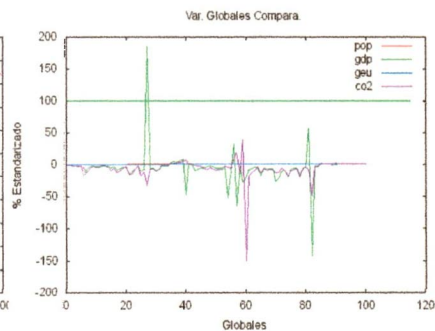


Figura 63: Globales t-100 b)

Figura 64: Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-100 (sección gris).

En el lado izquierdo vemos la fracción de cooperación, en rojo los cooperadores y en verde los no cooperadores a lo largo del tiempo (eje abscisas). En el lado derecho el escenario de las variables económicas (globales) analizadas: POP en rojo, GDP en verde, GEU en azul y el CO₂ calculado en rosa, observe el comportamiento cíclico a lo largo del tiempo (eje abscisas).

En la parte alta de los escenarios factibles (v. Fig. 44) observamos de nuevo redes cooperadoras con variaciones cíclicas moderadas y luego muy altas. Este comportamiento puede indicar que se debe seguir bajando en la escala del tiempo y observar otros escenarios más moderados.

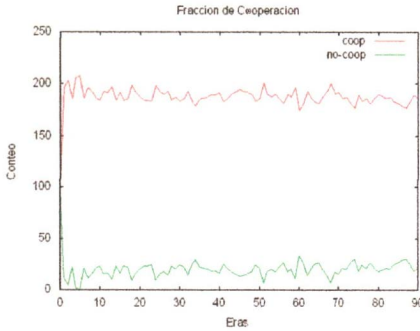


Figura 65: Frac. Coop. t-90 a)

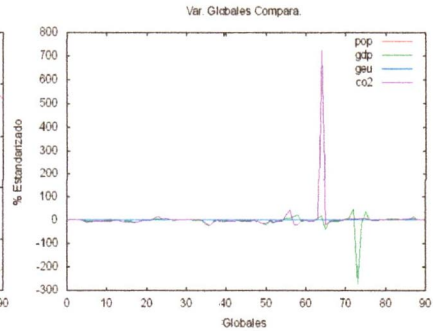


Figura 66: Globales t-90 a)

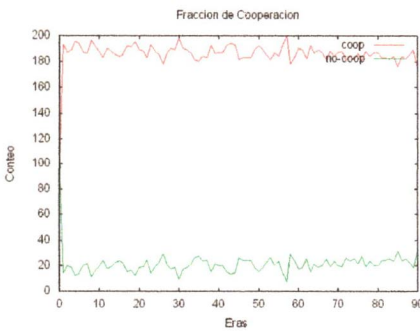


Figura 67: Frac. Coop. t-90 b)

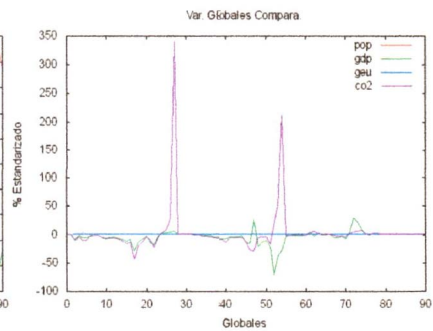


Figura 68: Globales t-90 b)

Figura 69: Fracción de cooperadores y no cooperadores con Evolución de variables, t-90 (sección gris).

En el lado izquierdo se observa la fracción de cooperación, en rojo los cooperadores y en verde los no cooperadores a lo largo del tiempo (eje abscisas). En el lado derecho el escenario de las variables económicas (globales) analizadas: POP en rojo, GDP en verde, GEU en azul y el CO₂ calculado en rosa, observe el comportamiento cíclico a lo largo del tiempo (eje abscisas).

A continuación se mostraran ya los cuadros de fracción de cooperación y variables globales por decenio (10 años) siguiendo la franja verde. Con esto se pueden contrastar con mayor velocidad las variaciones y determinar la factibilidad de los escenarios.

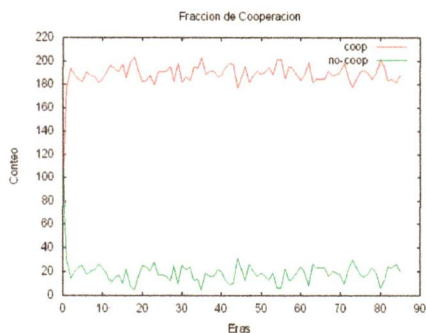


Figura 70: Frac. Coop. t-85 (2077)

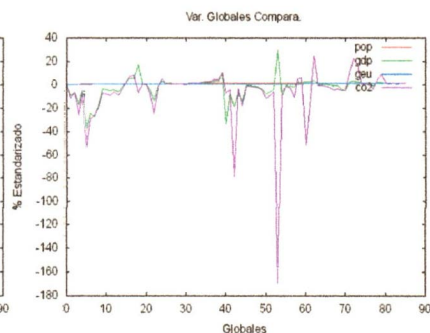


Figura 71: Globales t-85 (2077)

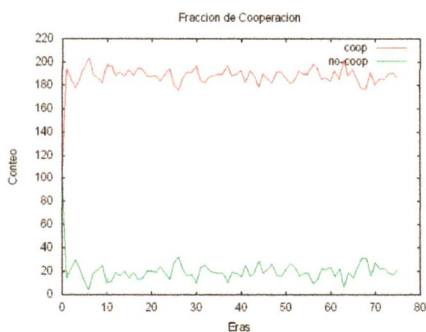


Figura 72: Frac. Coop. t-75 (2067)

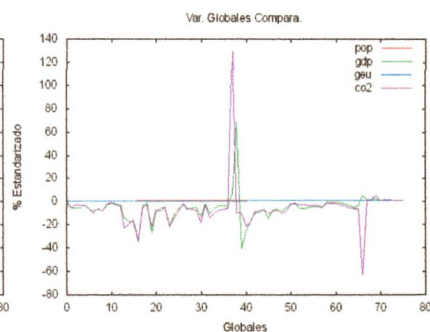


Figura 73: Globales t-75 (2067)

Como se observa en la secuencia de figuras antes expuestas, conforme nos acercamos a la parte baja de las eras, la variación de las variables económicas es más tenue y vuelve al escenario más factible, aunque pronto se alcanza el punto máximo de CO₂, da tiempo a generar variaciones cíclicas, características de los ciclos económicos. $t = 45$ y $t = 55$ son un conjunto de escenarios factibles cuyas variaciones funcionan y son factibles para este estudio, en el capítulo de Conclusiones resumiremos los escenarios revisados a partir de los datos generados para ver si hay correlación entre variables.

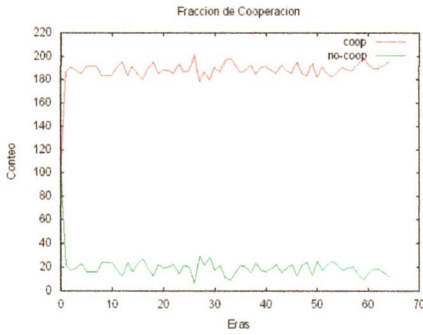


Figura 74: Frac. Coop. t-65 (2057)

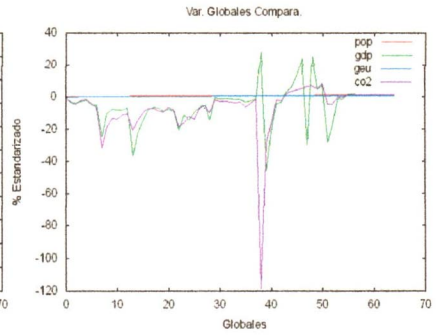


Figura 75: Globales t-65 (2057)

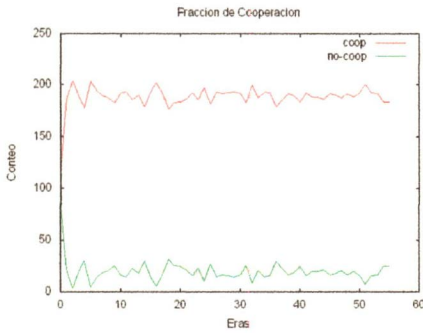


Figura 76: Frac. Coop. t-55 (2047)

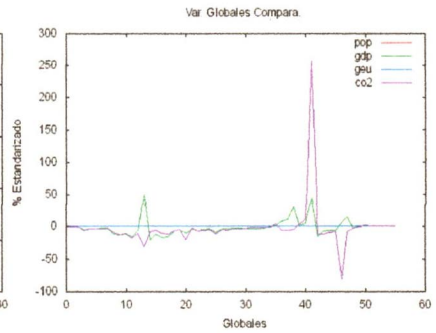


Figura 77: Globales t-55 (2047)

5.2 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DE RED

Se tomó una red al azar, de cada era, como en el ejemplo anterior y se revisaron para encontrar las medidas de centralidad asociadas, se espera que no cambien pero si en la columna vertebral. En la siguiente tabla anexa (v. Tabla ??) se vacía el resultado del análisis propuesto.

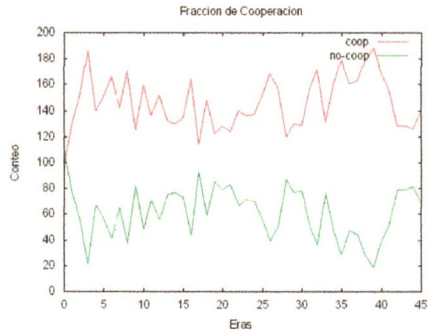


Figura 78: Frac. Coop. t-45 (2037)

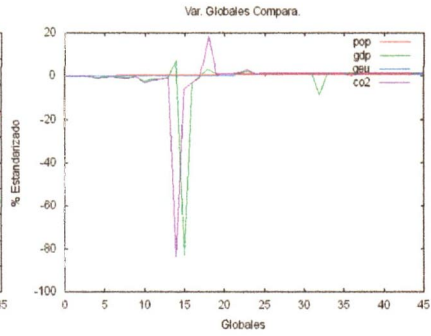


Figura 79: Globales t-45 (2037)

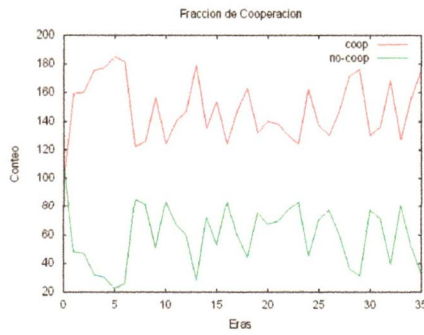


Figura 80: Frac. Coop. t-35 (2027)

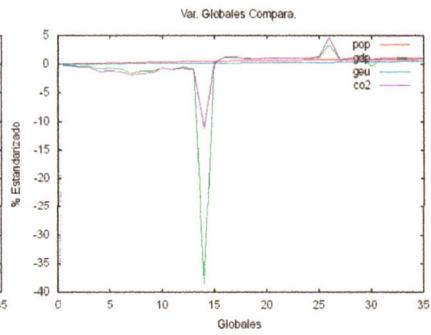


Figura 81: Globales t-35 (2027)

Se aplicó el algoritmo de `clustermaker2` para Cytoscape denominado "Correlation Networks" que es una manera de aplicar un algoritmo jerárquico de Clusterings² y obtuvimos la siguiente visión compuesta.

² Este tipo de agrupamiento toma en cuenta al peso del enlace como la "distancia" entre los nodos, así en este caso tomamos la distancia Euclidiãna como la medida a aplicarse debido peso de los enlaces.

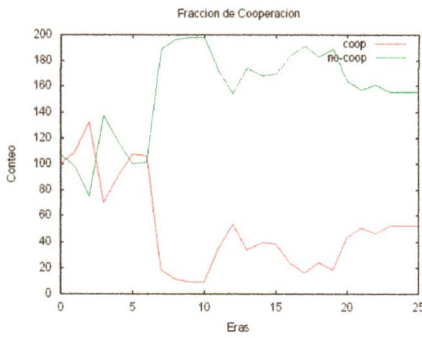


Figura 82: Frac. Coop. t-25 (2017)

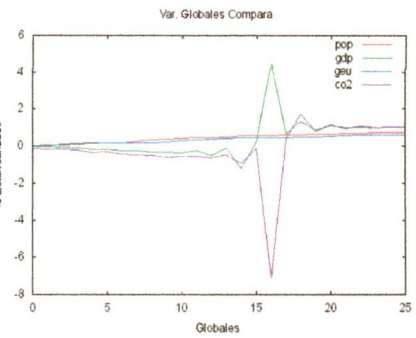


Figura 83: Globales t-25 (2017)

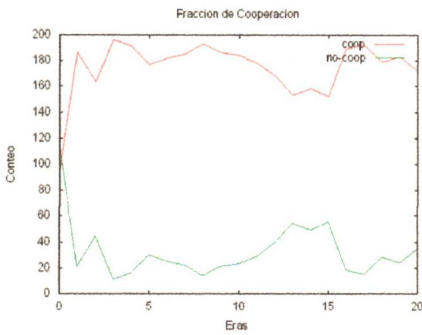


Figura 84: Frac. Coop. t-15 (2007)

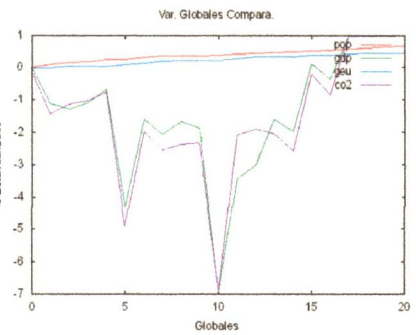


Figura 85: Globales t-15 (2007)

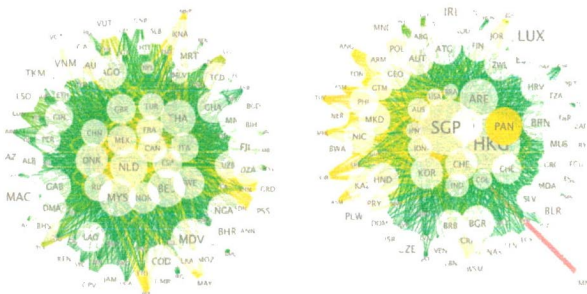


Figura 86: Análisis de Comunidades original.

Note que inicialmente son dos comunidades, la paleta de colores va del rojo (un enlace muy cargado) al verde (un enlace poco cargado).

Se está mostrando un filtro topológico en la red, que resalta a los nodos con mayor número de enlaces y vecinos, coincide con los nodos centrales de la red, en donde se encuentra concentrado el CO_2 y la riqueza (como PIB).

Es interesante observar que conforme avanza el tiempo en los escenarios seleccionados:

PRIMERO

Se hace una fuerte liga entre tres países (nodos) en cada simulación observada: Anguila (nodo 7), Guyana (nodo 81) y Papua Nueva Guinea (nodo 146) y forman un agrupamiento todo el tiempo en las simulaciones seleccionadas;

SEGUNDO

Otro agrupamiento: Canadá (nodo 35), Suiza (nodo 36), Chile (nodo 37), República del Congo (nodo 42), Burundi (nodo 16), Bolivia (nodo 28), República Central Africana (nodo 34), Hungría (nodo 86), Gabón (nodo 69), Israel (nodo 93), Indonesia (nodo 87), Dominica (nodo 54), República Checa (nodo 51), Fiji (nodo 65), Eritrea (nodo 60), Senegal (nodo 165), Rumania (nodo 160), Togo (nodo 182), Slovenia (nodo 175), Maldivas (nodo 120), Sn. Kitts y Nevis (nodo 102), Nicaragua (nodo 140), Malaui (nodo 134), Jordania (nodo 96), Holanda (nodo 141), Antigua y Barbuda (nodo 12), Túnez (nodo 189), Uruguay (nodo 195);

TERCERO

Suiza (nodo 36) resulta ser el nodo más conectado (nodo concentrador) en ese agrupamiento y después Uruguay (nodo 195);

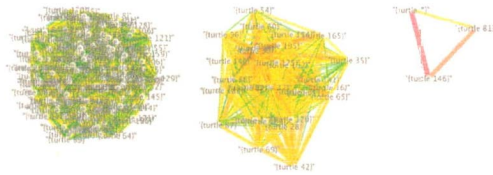
El resto de los países se observa como una mezcla más homogénea, en donde las relaciones son más o menos de la misma fuerza y se encuentran en el otro agrupamiento, donde las distancias son equivalentes, la forma de visualizar estas agrupaciones es que hacia la derecha se encuentran los nodos (países) más "lejanos" y hacia la izquierda los más "cercaños"³, siendo de esta manera podemos decir que este análisis de agrupamientos diferencia a los nodos por su "cercanía" o peso y de esta manera los agrupa en estos tres grandes grupos; al final de las simulaciones al parecer la mezcla de países muestra que el comercio, como lo maneja el algoritmo, tiende a ser más homogéneo, abarcando a más países (180). Notemos cómo es que ahora el mismo filtro en las imágenes está distribuido en las agrupaciones, ya no está concentrado en un centro, sino extendido en la red — ya no hay super carreteras.

³ Se utiliza el concepto de distancia entre vértices que proviene del de densidad intranodal.

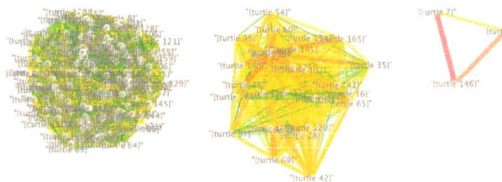
La diferencia de conectividad en la red original y sus simulaciones radica en el peso de sus enlaces, es lo que hace que se partan las comunidades de una era a otra en el tiempo. Pareciera, cómo esta vista de comunidades determina que entre más homogéneas sean las comunidades mejor se distribuye el PIB y de esta manera se puede distribuir el CO₂, dejando de concentrarlo en ciertos nodos y así se estabilizan mejor las emisiones. Aunque este es solo un resultado teórico y sabemos que el CO₂ está en todo el planeta porque se expande en toda la superficie (es un gas), la idea es tratar de explicar que si se deja de concentrar la industrialización en ciertos lugares entonces se da más margen a que se distribuya en todos los nodos (países y de esta forma en la superficie del planeta) y por medio de lo que nos deja ver la relación de Raupach, tendremos emisiones calculadas de CO₂ más estables. La ausencia de supercarreteras al parecer tiene relevancia para que una red de comercio baje sus niveles de CO₂.

t	Número de nodos (N)	Número de enlaces (L)	Grado Promedio	Reciprocidad del grafo	Coefficiente de correlación	Coefficiente de agrupamiento global
Original	208	5785	55.89	0.16	0.66	0.867
15	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.45
25	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.45
35	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
45	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
55	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
65	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
75	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
85	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
95	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
100	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445
115	208	5312	55.89	0.16	0.66	0.445

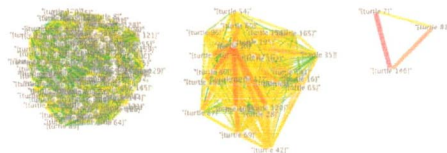
Cuadro 11: Tabulación de medidas de centralidad por red por era



(a) $t = 120$

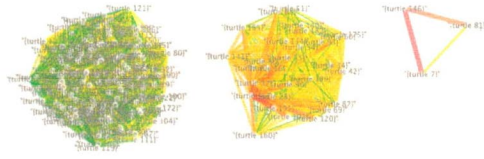


(b) $t = 115$

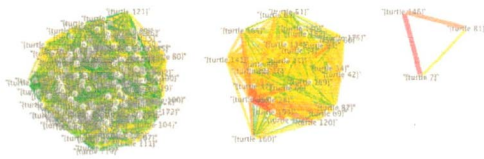


(c) $t = 100$

Figura 87: Comunidad de Redes para la RMC en $t = 120, 115$ y 100 .



(a) $t = 85$

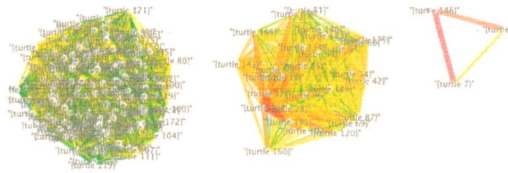


(b) $t = 75$

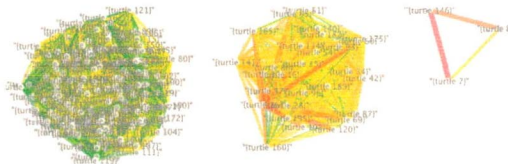


(c) $t = 65$

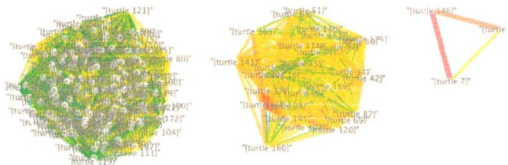
Figura 88: Comunidad de Redes para la RMC en $t = 85, 75$ y 65 .



(a) $t = 55$



(b) $t = 45$



(c) $t = 35$

Figura 89: Comunidad de Redes para la RMC en $t = 55, 45$ y 35 .

CONCLUSIONES



Figura 91: Agrupación de la RMC por ancho del enlace, basado en el algoritmo MCD.

6.1 RESUMEN

Revisamos los escenarios factibles de la gama de simulaciones y se observa que comparten estos resultados:

Es claro que solo utilizando el algoritmo de cooperación basado en Santos y Pacheco (buscar a los nodos que nos da mayor beneficio) logramos tener una red cooperadora (buscamos la estrategia). También se observa que el beneficio mayor en este juego se tiene con el PD¹ que con el SH. No resulta concluyente que la(s) estrategia(s) mixta(s) o la estrategia evoluitiza (parámetro z en la simulación) estén correlacionadas con el límite de CO₂ final observado en las simulaciones, por lo que solo parece sugerente que para la $s = 0,1$ y $s = 0,4$ haya escenarios factibles y no para $s = 0,8$, aunque se observe que hay más escenarios factibles en $s = 0,1$. Están relativamente igual distribuidos

¹ El trabajo de Snidal (v. Snidal [39]) apunta a una observación como la que estamos realizando, por lo que posiblemente estemos ante un problema de PD gradual.

los escenarios en los valores de $\beta = 0,3$, $\beta = 0,6$ y $\beta = 0,9$, por lo que se puede concluir que no es un factor determinante la probabilidad de cambiar estrategia.

Prob. (s)	red-evolutiva?	algoritmo-coop?	juego	beta (z)	Tick	CO ₂
0,1	Sí	Sí	PD	0,3	49	$8,86 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,3	54	$1,67 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	46	$1,24 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	46	$1,30 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	46	$5,28 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	47	$1,06 \times 10^{11}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	48	$5,55 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	49	$7,21 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	53	$2,11 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	55	$1,88 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	55	$3,69 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,6	45	$7,44 \times 10^9$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	46	$2,62 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	50	$1,96 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	52	$1,52 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	53	$1,01 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	54	$2,25 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	55	$8,18 \times 10^{10}$
0,1	Sí	Sí	PD	0,9	45	$1,52 \times 10^{10}$
0,4	Sí	Sí	PD	0,3	48	$3,64 \times 10^{10}$
0,4	Sí	Sí	PD	0,3	51	$1,14 \times 10^{11}$
0,4	Sí	Sí	PD	0,6	46	$5,37 \times 10^9$
0,4	Sí	Sí	PD	0,6	47	$3,69 \times 10^{10}$
0,4	Sí	Sí	PD	0,9	45	$3,03 \times 10^{10}$
0,4	Sí	Sí	PD	0,9	52	$5,13 \times 10^9$

Cuadro 12: Tabla resumen de corridas entre eras factibles.

El CO₂ está concentrado en el primer tercio del intervalo posible de los escenarios pero distribuido en el tiempo.

Por lo anteriormente desarrollado se vislumbra que hay manera de manejar el comercio mundial y afectar de manera positiva a la CO₂ planetario, jugando el juego actual que se basa en PD (se observa cooperación en este juego), buscando primordialmente a los que cooperan y si esta cooperación implica a los países que exhiben ni-

veles más bajos de CO₂ de los vecinos posibles, entonces, se puede sugerir que al lograr en conjunto con una intención de ejecutar la *estrategia definida (estrategia mixta) baja, junto con una intención de cambiar la estrategia (evolutiva) media a alta* — se queda la mayor parte del tiempo con la misma estrategia — el trabajo sugiere a que es probable que afecte positivamente los niveles mundiales y por lo tanto se vislumbra la verificación de la hipótesis de Snidal que en el PD gradual existe cooperación y se nota conforme pasa el tiempo. De ser así, confirmaríamos entonces que en realidad el problema de cooperación está planteado en los términos sueltos de la tesis de Snidal (v. Snidal [39]): “el PD es un juego que impone beneficios reforzando negativamente otro tipo de opciones, pero porque su estado óptimo es estable y porque el mayor beneficio es cooperar en una red, genera cooperación, en términos económicos es como forzarse a ejercer los tratados ya suscritos por la vía de sanciones si no se realiza de manera natural”.

De acuerdo con la discusión sobre la red, existe la posibilidad de que homogeneizando el comercio y ejecutando la política económica en la que se comercie con países que cuidan sus niveles de CO₂ e investigando el origen real de las mercancías, note que la densidad de los enlaces al final de cada escenario son relativamente iguales y esto sugiere que en el tiempo el trabajo sugiere que tendremos más comunidades y más comercio entre ellos, de tal forma que los niveles de CO₂ aunque altos se pueden controlar para hacerlos manejables a la par de que se perfeccionan otras fuentes de energía.

A nivel de economía, el trabajo sugiere que las políticas económicas globales ayudan a reducir las emisiones y la hipótesis de Ostrom al respecto de los escenarios ecológicos-económicos es correcta, sin embargo no es posible comparar contra la ideas de soluciones policéntricas porque tendría que verificarse ahora diferentes valores de beta entre los nodos y ésta no es una variación programada, sale del conjunto de restricciones. En promedio 50 eras (año 2042) es un límite aceptable, actualmente hemos llegado ya al límite peligroso de emisiones. Pero revisar o implementar juegos diferentes entre los distintos nodos puede resultar en un escenario más realista, porque cada país tiene un conjunto de políticas que resulta en estrategias diferentes posibles en el tiempo.

El algoritmo adaptado de Santos y Pacheco funcionó para esta red también, todas fueron cooperadoras aunque al parece de manera contraintuitivamente, se esperaba que la cooperación se diera porque la red “comprendiera” que era mejor jugar un juego de coordinación, que uno de uno de anticoordinación, pero esto ofrece una idea interesante a tomar en cuenta sobre lo que es en realidad el origen de la cooperación en una red y de que la tesis de Snidal es correcta — el problema de plantear la anticoordinación es diferente de la competencia y este caso es competencia — pienso que en una red dependen

fuertemente las relaciones y su dirección, hablando en términos topológicos, una red dirigida es un conjunto parcialmente ordenado que lo que genera son clases de conjuntos (por eso hay agrupaciones), pero también es una especie de sistema lineal algebraico que deriva resultados de acuerdo con la dirección de sus relaciones y de acuerdo con el juego que se esté ejecutando e iterado, por lo que esta dimensión parece, no se ha valorado lo suficiente en los estudios al menos no he en los artículos que he tenido en este sentido, creo que esto afectó el resultado esperado por mí.

6.2 TRABAJOS FUTUROS

Como se puede observar, este trabajo tiene muchas más vertientes interesantes que pueden abordarse, podemos analizar escenarios más estrechos en los que se analice cuales pueden ser los parámetros ideales de estrategia mixta, evolutiva y con qué juego (a la manera de la investigación de operaciones).

Se pueden analizar escenarios de juego en donde se tenga "memoria" entre los países, una especie de *tit-for-tat* espacial y ver los efectos que tiene en el escenario mundial.

Se puede trabajar en la generación y eliminación de enlaces en la red, en este momento el trabajo fue limitado a manejar el grosor de la relación hasta un máximo del 30 %, pero no se trabajó en el agotamiento de la relación o la direccionalidad de la misma (qué pasa si la relación es negativa, la balanza se invierte y se tiene la relación complementaria — si es importación ahora es exportación y viceversa). Podemos trabajar en el efecto de n -jugadores, sabemos que cuando jugamos n -juegos en un tiempo t , no es igual a jugar todos, el efecto de la *escala temporal* es interesante a analizar en la red de comercio.

Se puede buscar un algoritmo de comercio que tome en cuenta otras variables y revisar y contrastar resultados.

Analizar las redes dirigidas desde la dimensión topológica como sistemas lineales y clases de conjuntos que cuando se aplican a un juego generan resultados diferentes a las redes no dirigidas. También en el mismo orden de ideas, el concepto de flujo de red puede seguirse en esta red de comercio, aunque se observa un poco con el agrupamiento de comunidades, creo que se debe trabajar en la simulación dinámica y ver como "fluye" el PIB en la red.

Lo importante a considerar es que el tiempo se nos agota y debemos tomar medidas ya, no sea que con tanto análisis perdamos el recurso y caigamos en la *Tragedia de los Comunes*.

Parte III
APÉNDICES

APÉNDICES

En esta sección revisaremos dos temas importantes: La evolución de la Teoría de Juegos y la de la Teoría de Juegos Evolutivos.

A.1 TEORÍA DE JUEGOS

La teoría de juegos está inmersa dentro de la teoría de conjuntos y los problemas de optimización, ha sido un hito dentro de las matemáticas, por lo rápido de su evolución y lo importante de sus hallazgos, en esta sección se analizará este campo a través del tiempo.

En los primeros 20 años del nuevo campo (1910-1930) se avanzó vertiginosamente, nombres como **Von Neumann, Kuhn** y **Zermelo** toman parte activa de los fundamentos del estudio, los conceptos de:

JUEGO EN FORMA EXTENSIVA (1928). Es una descripción formal de un juego jugado, tomando en cuenta el orden de las jugadas;

ESTRATEGIA (EN ESTE CASO ESTRATEGIA PURA). Definida como el plan completo que tiene un jugador sobre lo que va a jugar, esto convertido a una función;

LA FORMA MATRICIAL DEL JUEGO. Tomando en cuenta que la estrategia (S) es un conjunto de opciones posibles ($s_i \in S$), y que de estas opciones los jugadores (i) pueden tener en un momento dado uno de ellos, se puede calcular la ganancia (o beneficio H) de cada uno ($H_i \in H$):

$$G = \langle N, (s_i)_{i \in N}, (\sum_i)_{i \in N} \rangle, G = \langle N, (s_i)_{i \in N}, (H_i)_{i \in N} \rangle \quad (33)$$

ESTRATEGIA MIXTA O ALEATORIZADA. Que se ajusta mejor a la forma que una persona racional escoge sus opciones, pero que proponía el problema al respecto de determinar el resultado final;

EL CONCEPTO DE "RACIONALIDAD INDIVIDUAL". Aparejado del concepto anterior que establece el margen de seguridad que tiene un jugador sobre la elección del resto, esta problemática generó finalmente al teorema de min-max sobre la ganancia: $\min \max H_i(s)$;

EL TEOREMA DE ELECCIÓN DE ZERMELO (1904). Ahora conocido como el axioma de Zermelo. Que establece la posibilidad de elegir un elemento de algún subconjunto de estrategias del conjunto de estrategias siempre y de esta forma tener la elección (v.

Basado en Aumann [4], también en: Dictionary of Economics en línea

Inicio de la historia de la teoría de juegos - 1910-1930

Pickover [28]), pero es muy complejo de formular y tiene problemas para su aplicación, su repercusión logra establecer por ejemplo que el ajedrez es estrictamente determinista (1979);

EL TEOREMA MIN-MAX. Desarrollado por Von Neumann (1928) afirma que un juego de dos personas de suma cero, con estrategias puras finitas es determinado, es decir que existe un vector de pagos racionales para precisamente cada jugador;

Los juegos que se realizaban, eran en general de información perfecta — todos tienen la posibilidad de conocer las opciones posibles y lo que escogen los otros — de suma cero — la suma la ganancia de las opciones en un sentido del juego es cero — entre dos personas. Cuando se habla de un juego en estrategias mixtas se observa que las ganancias de acuerdo con las opciones tienen un estado (región o punto) óptimo.

Segunda etapa de la
historia de la teoría
de juegos - 1930 -
1950

Los siguientes 20 años (1930 - 1950) se funda en la publicación de **Von Neumann y Morgenstern**: "Teoría de Juegos y Comportamiento Económico" (1944) en donde la similitud del concepto económico de agente, se mezcla con la de jugador y como se había ya establecido, el contrato social con la de juego, así, un agente económico que vive un contrato social, puede abstraerse como un jugador que toma decisiones en un juego. El teorema del punto fijo de **Kakutani** (1941) es el mayor avance de este periodo, es una expresión abstracta de la existencia del equilibrio y da sostén al trabajo de **Lyapounov** y del teorema de selección de von Neumann. Finalmente escriben el libro "La Teoría de Juegos" y entonces, formalmente se crea el campo con este nombre; se utiliza el arsenal axiomático de **Ramsey** (1931) para fundamentar la teoría de juegos y se le da una aplicación hacia la economía, desarrollándose los siguientes conceptos:

JUEGOS COOPERATIVOS. Si las promesas — acuerdos, tratos, votos — se cumplen en todo momento son cooperativos. Se le llama no-cooperativo si no se cumplen siempre, aún en el caso de que se puedan comunicar antes;

JUEGOS EN FORMA COALITIVA (COALICIONES). Se define como una función (f) asociada a un número real ($v(Z)$), tal que:

$$v : Z \mapsto \mathbb{R}, v(Z) \in \mathbb{R}, z \in Z, \bigcap_i z \subseteq N, v(\emptyset) = 0 \quad (34)$$

en este caso N es el conjunto de jugadores, y los z 's son las coaliciones de jugadores, $v(Z)$ es el valor de las coaliciones en el juego; si x es un perfil¹ de números y Z el conjunto de las coaliciones, entonces:

$$x(Z) \rightarrow \sum_{j \in Z} x_j \quad (35)$$

¹ un perfil es una función sobre el número de jugadores (N) cuyos valores resultan en estrategias, ganancias, etc.

CONCEPTOS DE SOLUCIÓN. Un concepto de solución es una función (o correspondencia) que asocia las ganancias, o conjunto de ganancias con los juegos;

DOMINACIÓN, EL NÚCLEO Y LAS IMPUTACIONES. Con estos conceptos se vuelve a analizar el concepto de ganancia y beneficio como la forma en que un jugador buscar lograr un estado, a este juego en donde al menos un jugador llega a este estado se denomina "posible" (feasible) y entonces este tipo de juego permite el estado de dominancia que es cuando una ganancia H_i supera a la H_j si hay una coalición $s \in Z$, que pueda lograr aunque sea parte de H_i . El núcleo es un conjunto de opciones y ganancias que tienen los jugadores para satisfacer su coalición y esto es una medida de la racionalidad debido a que se toman en cuenta las decisiones de los demás y para buscar opciones y así elegir estrategia con su ganancia; también se observa esta idea, con el teorema de von Neumann y Morgenstern; la imputación es una distribución de opciones que son eficientes y racionales;

CONJUNTOS ESTABLES. Este concepto tiene que ver con los anteriores de dominación y núcleo, si se piensa en un juego posible, que tiene una dominación interna y externamente no hay estrategia ganadora, entonces se tiene un conjunto estable porque las imputaciones existentes son dominantes, es decir:

$$v \cap w = \{\emptyset\}, S, T \in N \Rightarrow H(N) \equiv v(N \cap T) + w(N \cap S) \quad (36)$$

UTILIDAD TRANSFERIBLE. Implica que el valor de las ganancias se puede transferir a algún otro jugador, esto tiene que ver con los juegos cooperativos y el concepto de coaliciones; las coaliciones o grupos de jugadores que comparten estrategia, comparten beneficios en cierta medida;

UNA SOLA JUGADA. En su trabajo von Neumann y Morgenstern enfatizan que su análisis es de juegos que se realizan en un solo movimiento (sola jugada), aunque este estudio es irreal, la aplicación iterada de los juegos en situaciones establecidas es más común o esperado, como una solución realista (doctrina de mundos pequeños);

UTILIDAD ESPERADA. Hablando de estrategias aleatorias en un juego, la idea de ganancia debe cambiar a ganancia esperada, ya que se juega el juego una sola vez, no se puede aplicar la teoría de los grandes números, se vuelve confuso cómo es que se puede preferir una estrategia sobre otra para tener o no una ganancia esperada, entonces el resultado de von Neumann y Morgenstern sobre utilidad (probabilística) se infiere sobre la de ganancia;

JUEGOS CON UN CONTINUO DE ESTRATEGIAS PURAS. Consideradas por primera vez por Ville (1938), demostró que existe un teorema min-max para ellos, utilizando una condición de continuidad apropiada;

CÁLCULO DE LOS NIVELES DE SEGURIDAD. Conllevan a las estrategias que los garanticen. Es equivalente al problema de programación lineal resuelto por Danzig (1951);

Los *juegos cooperativos* se consideran un caso especial de los no-cooperativos (formalmente hablando), siendo el caso analizado desde la perspectiva del trabajo de crear la negociación y las reglas para reforzar los acuerdos dentro de la representación extensa del juego. Hay que notar que los juegos cooperativos dan lugar a la forma de coaliciones (grupos de jugadores) que buscan maximizar su beneficio (ganancia) y esta condición genera competencia, grupos de cooperadores con una estrategia común buscan maximizar su beneficio sobre otros grupos. Un tipo de juegos de cooperación genera a los *juegos de coordinación* (v. infra). Un análisis sobre este tipo de juegos es que no son concluyentes, debido a que al desarrollar la forma extensiva, no se tiene claro que es más importante, si los procedimientos de refuerzo o las negociaciones. Un efecto importante a resaltar de estos juegos es el cambio de interpretación del concepto de ganancia o beneficio, pues ahora se piensa que ésta se puede transferir (TU o utilidad transferible por sus siglas en inglés) y supone que se puede transferir entre todos los jugadores y el concepto de riesgos fijos (fixed threats) que implica que hay *z*'s (coaliciones de jugadores) que pueden obtener la mayor ganancia no importando lo que hagan los otros jugadores fuera de *z*.

Una analogía útil que se deriva de los conceptos anteriores es que una juego es como una distribución de probabilidad, contiene medidas como media y mediana que están profundamente relacionadas y que tienen la representación de los datos en medida de un indicador que representa una descripción formal del juego.

Una aplicación popular de los juegos cooperativos es el de crear sistemas de votaciones, estos sistemas naturalmente integran coaliciones y ganancias esperadas, pues se aplican continuamente estrategias diferentes por lo interactivo de la selección, así se maneja con mucho cuidado la idea de núcleo de votación (quién es el preferido por el electorado en general) y las dominancias por sectores de votantes.

Los siguientes 10 años (1950 - 1960) tienen la evolución sobre los juegos de estrategias mixtas, nombres como **Khun, Selten, Gale y Stewart**, el descubrimiento más importante de todos lo hace **Nash** (1951) con el equilibrio estratégico, que de la mano de la noción de elección de Zermelo establece que ese punto óptimo es también un punto de equilibrio aunque no es una implicación. Previamente **Khun** (1953) había establecido que el concepto de juego racional era en realidad la de equilibrio estratégico, también describió que cualquier

Tercera etapa de la
historia de la teoría
de juegos - 1950 -
1960

n-juego de personas de información perfecta tiene un equilibrio en estrategias puras, finalmente mostró la idea de *subjuegos*. Este avance sienta la base de aplicación para la economía y se demuestra que los subjuegos como parte de los juegos (parte de las estrategias y opciones de un juego) tienen igualmente puntos de equilibrio y óptimos, a esta condición se le llamó *subjuego perfecto*. Un subjuego perfecto tiene varias características interesantes a notar, una muy interesante es que implica que cuando se toma una estrategia en un subjuego de información perfecta se puede anticipar la serie de estrategias posibles a seguir y a esto se le considera una "racionalidad hacia adelante" (*forward-looking rationality*). En este punto, el entonces teorema de Zermelo toca los fundamentos mismos de la matemática con la teoría de conjuntos y debido a la definición misma de los juegos y su relación lineal con los subjuegos dentro de la dimensión de juegos infinitos y de información perfecta, cuando se integra el axioma de elección para conjuntos, **Gale y Stewart** demuestran que Zermelo es falso para los juegos infinitos que tienen "racionalidad hacia adelante", es decir, no hay una opción inmediata futura que asegure la ganancia y de esta forma el juego. Este resultado comienza a mostrar que muchos de los resultados de teoría de juegos, son anti-intuitivas pero ciertas en la medida de sus restricciones.

Los *juegos dinámicos y estocásticos*, que son juegos con una estructura temporal discreta, se denominan dinámicos (genéricamente ambos), esta división incluye estocásticos, repetitivos sin información completa, de sobrevivencia o ruina, recurrencia, con varios oponentes y otros similares. Tratan de resolver el problema de juego en una sola jugada, estos juegos tienen que ver con la idea de que si sabemos de donde venimos (jugadas previas) podremos saber hacia dónde nos dirigimos (jugadas siguientes). Los juegos estocásticos definen que las acciones presentes afectan las opciones futuras, se juega un juego estratégico en cada jugada, con cada ganancia de una distribución de ganancias se descuenta o acumulan ganancias en el juego para cada jugador, **Shapely** (1953) demuestra que estos juegos son determinados, también son estrategias óptimas y estacionarias; **Bewley y Kohlberg** (1976) demuestran que tienen límite de jugadas, de esta forma que se estacionan en el óptimo en k jugadas. Los juegos repetidos buscan modelar relaciones psicológicas o de información, fenómenos como la cooperación, el altruismo, la confianza, el castigo y la venganza tratan de predecirse por estos modelos. Pueden llamarse "fenómenos informativos subjetivos", la idea es jugar un juego G un número grande de veces (hasta infinito) y cada jugada depende de la historia que este juego tenga entre los jugadores, así la ganancia se vuelve con el tiempo una especie de promedio de ganancias.

El **Dilema del Prisionero**, atribuido a **A.W. Tucker** (1951) es uno de los juegos más estudiados en la teoría de juegos, es un juego denominado de "anti-coordinación" debido a que la estrategia ganadora se

El sustento de este trabajo se encuentra aquí, en los juegos repetidos

da cuando el jugador no hace lo que los demás escogen, en términos de Martin A. Nowak (v. [Nowak and Highfield \[25\]](#)) la estrategia es ser "egoísta" y así es como podemos ver matemáticamente el concepto de egoísmo². Llevado al contexto social y realizando una interacción entre pares a la vez, es la razón por la que una comunidad bajo este juego parece consumir sus recursos o perder la sinergia y finalmente, de acuerdo con la dinámica, desaparecer³.

Dilema del Prisionero (PD)

		C=Coopera	
		D=No coopera	
	C	D	
C	R, R	S, T	
D	T, S	P, P	T > R > P > S

Cuadro 13: Marco de Trabajo del Dilema del Prisionero

En este juego los parámetros son: R = Premio, T = Tentación, S = Premio de consociación y P = Penalización.

R. Axelrod lleva a cabo unos torneos (1984) para jugar repetidamente el dilema del prisionero y buscar una solución computacional; porque en cada torneo, el dilema termina con un monto muy pequeño de probabilidad disponible. El ganador es un programa que utiliza una secuencia de tareas muy sencillas basada en la actividad previa (*Tit for Tat* en inglés, *Toma y Daca* en Español) Anatol Rapoport crea la estrategia óptima para resolver el dilema del prisionero.

El modelo de comercialización de Nash (bargaining problem, 1950) se resuelve, este modelo es formalmente un conjunto convexo C^4 en un plano Euclidiano, que contiene el origen en su interior. Intuitivamente dos jugadores juegan (comercian), pueden no llegar a nada, cuyo pago está en C; si llegan a nada su pago es cero, en última instancia es un juego de coordinación y su solución óptima es un equilibrio de Nash, la solución está anotada por Harsanyi (1956). Así mismo Snidal establece (v. Snidal [39]) una variación para el juego, uno gradual establece un subconjunto de estados cooperadores y estables de pareto.

En este juego los parámetros son: R = Premio y P = Penalización.

² Contrario a lo que se puede pensar, la respuesta del jugador es perfectamente racional, ya que el esquema de juego alienta a que los jugadores no cooperen. El equilibrio del juego está en la estrategia (D,D).

³ Snidal (v. Snidal [39]) establece que este juego cae en la categoría de los juegos separables donde el impacto sobre el otro jugador puede medirse por separado e independientemente de lo que el primero haga y de esta forma la estructura del juego no se altera a pesar de que sea un juego gradual.

⁴ Un conjunto convexo es un conjunto cerrado en el que si tenemos una línea los extremos quedan dentro del conjunto, en especial en teoría de juegos, las estrategias son curvas que pueden o no intersectarse en el conjunto de posibles estrategias que es en este caso convexo (cerrado C) y de existir un cruce estaremos hablando de un punto de equilibrio (posiblemente Nash).

Último Juego (UG)

		C	D	
				C=Coopera
				D=No coopera
C	1 - R, R	1 - R, R		
D	0, 0	1 - P, P		R > P, 1 > P, R > 0

Cuadro 14: Marco de Trabajo del Último Juego

El concepto de *valor* surgió por **Shapely** (1953) que viene del de solución, se asocia a un *juego coalicional* V y una *ganancia única*: $\phi(V)$. Caracterizada completamente por una serie de axiomas se puede pensar que el valor es compromiso razonable o un índice del poder que el juego tiene; se puede definir el valor de cada jugador como:

$$\phi_i(V) = \left(\frac{1}{N!} \right) \sum (s_{iR}), i \in N \tag{37}$$

Juego del Pollo (Snowdrift) (SD)

		H	D	
				H=Alcón
				D=Paloma
H	$\frac{V-C}{2}, \frac{V-C}{2}$	V, 0		
D	0, V	$\frac{V}{2}, \frac{V}{2}$		C > V > 0

Cuadro 15: Marco de Trabajo del Juego del Pollo (Snowdrift)

En este juego los parámetros son: V = Ganancia de la pelea y C = Costo por pelear. A notar que si $C \leq V$ se cae en el Dilema del Prisionero.

Cazar al Venado es un juego que describe un conflicto entre seguridad y cooperación social. Jean-Jacques Rousseau describió una situación en la que dos individuos van a cazar. Cada uno elige cazar un ciervo o una liebre. Cada jugador debe elegir una acción sin conocer la del otro. Si un individuo caza un ciervo, debe cooperar con su compañero para tener éxito. Un jugador individual puede cazar una liebre por sí mismo, pero una liebre vale menos que un ciervo. Esta situación se considera una analogía importante con la cooperación social.

Juego de Caza al Venado (Stag Hunt) (SH)

S=Venado
H=Liebre

	S	H	
S	A, A	C, B	
H	B, C	D, D	$A > B \geq D > C$

Cuadro 16: Marco de Trabajo del Juego de Caza al Venado (Stag Hunt)

En este juego los parámetros son: A = Premio, B = Tentación venado, C = Premio de Consolación y D = Tentación liebre.

Bajo ciertas condiciones el juego se torna de anticoordinación y caemos en el Dilema del Prisionero, por lo que la cooperación social y la competencia social no son muy diferentes entre sí al parecer.

La siguiente década (1960 - 1970), se considera una década de avances en el campo de los *juegos de información incompleta* y los *juegos de utilidad no transferida (NTU)*. Otro avance es el descubrimiento de los *juegos diferenciales*, Isaacs (1965), aquí el tiempo es continuo y las elecciones se hacen siempre aunque tiene una duración finita. John Harsanyi tiene su mayor contribución al campo con su teoría de juegos de información incompleta, resolviendo un poco el supuesto más grande de la teoría de juegos, es que "cada jugador ... está al tanto por completo de las reglas del juego y de las funciones de utilidad de cada jugador ... ésta es una idealización, sería que rara vez se da en la vida real". Se crean los siguientes conceptos:

JUEGO NTU COALITIVO Y VALOR NTU. Más formalmente, la forma coalicional del juego NTU es una función que asocia a cada coalición ($s \in S$) de un conjunto ($V(s)$) de s -tuplas de números reales, tiene la correspondencia: $V : S \mapsto \mathbb{R}$. Intuitivamente $V(s)$ representa el conjunto de s -tuplas de pago que S puede lograr. Se descubrió que el problema de comercialización de Nash es un juego NTU coalitivo;

JUEGO INFORMACIÓN INCOMPLETA (JUEGO-I). Parte del razonamiento Bayesiano⁵ de que cualquier incertidumbre puede ser

⁵ La inferencia bayesiana es un tipo de inferencia estadística en la que las evidencias u observaciones se emplean para actualizar o inferir la probabilidad de que una

Cuarta etapa de la historia de la teoría de juegos - 1960 - 1970

hecha explícitamente; en particular cada jugador tiene un vector de ganancias con una distribución de probabilidades. Aunque no es suficiente tener una distribución de ganancias, el juego hace que con cada jugada se "tipifique" a los demás jugadores y se "suponga" un vector de ganancias para cada tipo;

JUEGO DE INFORMACIÓN COMPLETA CONSISTENTE (JUEGO-C). La representación de un juego de este tipo de los de información incompleta es la de un árbol de decisiones. Si partimos de la idea de juegos-I y si la distribución de probabilidad de cada persona de todos los tipos posibles son derivables a partir de una distribución única previa P en todas las N-tuplas de todos los tipos, estamos hablando de un *juego-C*. Estos juegos están relacionados con los evolutivos (v. Infra) en que tienen una especie de selección conforme se iteran en el tiempo;

CONOCIMIENTO COMÚN. Una característica que se vislumbró en este momento es que en los juegos existe el conocimiento común de muchas cosas: cada jugador conoce las reglas del juego, pero cada jugador reconoce que los otros conocen las reglas del juego; cada jugador sabe que está jugando un juego y reconoce que los demás saben qué juego están jugando, etc; esta idea reflexiva se aplica de manera iterativa en la idea de conocimiento común y como podría esperarse, un filósofo D.K. Lewis (1969) lo anotó como parte de las características de un conjunto de agentes que juegan;

CONJUNTO DE COMERCIALIZACIÓN, NÚCLEO (KERNEL), NUCLEOLO. Estas ideas se ven formalmente establecidas con:

$$\begin{aligned}
 &G : 2^N \mapsto \mathbb{R}, \\
 &H \in \mathbb{R}^N, \\
 &s_{i,j}^h = \max \left\{ H(S) - \sum_{k \in S} H_k : S \subseteq N \setminus \{j\}, i \in S \right\} \tag{38}
 \end{aligned}$$

G es un juego como en (33), H es un vector de pagos óptimo dentro del espacio de vectores de ganancia posibles, el valor agregado⁶ que tiene el jugador i sobre el j con respecto a H, luego este valor agregado indica que el jugador i obtuvo una ganancia máxima sin tomar en cuenta en su coalición de tamaño N la ayuda de j con lo que, se toma como un indicador que

hipótesis pueda ser cierta. El nombre "bayesiano" proviene del uso frecuente que se hace del teorema de Bayes durante el proceso de inferencia. El teorema de Bayes se ha derivado del trabajo realizado por el matemático Thomas Bayes.

6 Este concepto es más que matemático es económico, lo desarrolló Marx. Generalmente tiene que ver con la idea de la producción adicional o superhabitaria que tiene un agente y que aumenta de esta forma, el valor del capital (porque sobrepasa lo óptimo)

denota el poder que tiene un jugador sobre el otro. El núcleo (kernel) además tiene:

$$\begin{aligned} (s_{i,j}^V(H) - s_{j,i}^V(H)) \times (H(j) - G(j)) &\leq 0, \text{ y} \\ (s_{i,j}^V(H) - s_{j,i}^V(H)) \times (H(i) - G(i)) &\leq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

Finalmente, de manera suelta podemos decir, que debido a la naturaleza de la relación, ni uno ni otro jugador tiene poder, o son indiferentes a sus ganancias y este conjunto de estrategias es el núcleo. De manera análoga el nucleolo tiene la característica de que ahora:

$$\begin{aligned} s_{i,j}^H &= G(s) - \sum_{i \in S} H_i \Rightarrow \\ \Phi(H) &\in \mathbb{R}^{2^N}, \\ \Phi_i(H) &\geq \Phi_j(H) \forall i < j \end{aligned} \quad (40)$$

Lo que implica que la ganancia de la N coalición de jugadores es mejor que lo que en lo individual puedan hacer, pero no máxima. Φ es el vector de excesos, demuestra **Schmeidler** (1969) que si tomamos $\Phi_1 \leq 0$, el conjunto resultante es un núcleo y que para obtener un nucleolo y un núcleo importa el orden en que las coaliciones se hacen para poder encontrar el valor agregado máximo; finalmente ligando a un conjunto estable y al núcleo, ambos están contenidos en el conjunto de comercialización, la interesante esto es que estos conjuntos pertenecen a juegos TU y para juegos NTU el conjunto es vacío y es de aquí que se establece que el valor agregado (o exceso) cuando va a transferirse (TU) puede caer en cualquier jugador, dependiendo del orden de las objeciones (rechazos) a la ganancia;

PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA. Tal vez la relación más importante en ambos campos, la economía y los juegos es la de la mezcla de mercado y el equilibrio de precios. Intuitivamente el principio de equivalencia dice que la creación de los precios de mercado surge naturalmente de las fuerzas del mercado. Aunque se han hecho muchos esfuerzos tendientes a modelar este principio en diferentes tipos de mercados y de juegos, no ha quedado clara la validez de este principio, que en palabras de **Morgenstern** (1944): "cuando el número de participantes crece desproporcionadamente, el resultado no es definido ... estas son las condiciones clásicas de la libre competencia ... sin embargo, la libre competencia y otras premisas, parecen válidas para la economía, pero no hay resultados, en el terreno científico que las respalde o tome en cuenta en este momento";

MUCHOS JUGADORES. Queda como una variable relevante a considerar sobre todo en los *juegos NTU* en condiciones del principio

de equivalencia y para grandes números de jugadores, se requiere saber si este principio se mantiene. **Shapley** en la **Corporación RAND** buscó una solución asintótica y aproximaciones continuas. Esta noción dió origen a los *juegos no atómicos* donde el jugador no es significativo y ha sido estudiado ampliamente desde 1974;

NÚCLEOS DE JUEGOS Y MERCADOS FINITOS. Ya debidamente definido el concepto de núcleo (v. Supra) se agrega al corpus de este concepto la condición de núcleos no vacíos, una consecuencia interesante de esta condición es la división entre *juegos "económicos" y "políticos"*. La mayor contribución a este tema lo ofrece el artículo de **Gale y Shapely** (1964) sobre el *núcleo de mercados casados*, la idea general es formar parejas heterosexuales de solteros de una sociedad dada, en otro caso (incluyendo parejas homosexuales) es negativa la pareja, esta dinámica, basada en la preferencia de pertenencia es una juego con núcleo no vacío y NTU coalitivo, esa fue la prueba del artículo, los usos de este trabajo tienen que ver con mercados cuyo núcleo no está vacío y es discreto como la asignación de internos en los hospitales, siendo un juego coalitivo de tiempo parcial, estos juegos tienen un balance estricto y en línea con el principio de equivalencia;

La última década a revisar (1970 - 1986) se caracteriza principalmente porque se encuentran muchas aplicaciones a la teoría de juegos en varios campos relacionados y no tanto, es un momento de gran madurez para el campo porque se han realizado muchos esfuerzos por sentar las bases que fundamente bien la teoría y este trabajo lleva a las aplicaciones:

APLICACIONES A LA BIOLOGÍA. Una gran contribución es la aplicación a la biología evolutiva (v. Infra). **John Maynard Smith** desarrolla el concepto de *estrategia evolutivamente estable*, una variante del equilibrio estratégico (v. Supra). Se desarrolla la visión de *estrategias repetidas en juegos finitos* aplicado a grupos sociales de animales que se modelan con juegos como el dilema del Prisionero y responden con estrategias como Tit-for-tat, de hecho se revelan jugadores que son grandes Tit-for-tat;

ALEATORIZACIÓN COMO IGNORANCIA. Una forma de tomar la aleatorización sobre estrategias mixtas, es con el concepto de *estrategia evolutivamente estable* (v. Supra), aparecen en distribuciones poblacionales, **Savage** (1954) caracteriza entonces a la aleatorización como una medida de la ignorancia para tomar una estrategia definida. Un resultado importante es que a niveles "moderados" de aleatorización en jugadores de poblaciones, se tiene un equilibrio puro a pesar de tener estrategias mixtas y que el juego se vuelva de información imperfecta;

Quinta etapa de la historia de la teoría de juegos - 1970 - 1986

REFINAMIENTO DEL EQUILIBRIO ESTRATÉGICO. Al analizar modelos económicos específicamente se busca llegar al equilibrio estratégico — una actividad que se busca con afán desde 1975 — y se encontró que la definición de Nash no ofrece una explicación racional lo suficientemente completa como para tomar decisiones económicas (juegos extensivos), hablando de manera “suelta” el “problema” con la definición de Nash está en que no toma en cuenta las “contingencias” y para ello, varios investigadores comenzando con **Selten** (1975) desarrollan sus propias definiciones, como la del equilibrio de “la mano temblorosa” (trembling hand);

RACIONALIDAD ACOTADA (BOUNDED RATIONALITY). Al parecer hay un gran consenso al respecto de la racionalidad inscrita en las teorías tanto de juegos como económica, siendo esto un problema para el cálculo de estrategias puras en poblaciones por ejemplo (si tenemos el dilema del prisionero repetido 100 veces por ejemplo hay 2^{100} estrategias puras, que se vuelve inmanejable aun calculando estrategias con números reales, ya no habremos del cálculo de equilibrios), esta idea conlleva el uso de los nuevos sistemas de autómatas (agentes) que pueden operar en paralelo a un nivel básico jugando con “sus vecinos” para obtener resultados a veces apegados a los resultados analíticos (bajo ciertas condiciones) a veces, variando las condiciones otros resultados que no se habían considerado en el análisis;

CÓMPUTO DISTRIBUIDO. Una aplicación muy utilizada ahora en la criptología que es una rama de la seguridad de cómputo, la teoría de juegos se sirve para generar esquemas de seguridad para generar llaves con algoritmos basados en llaves públicas y la noción del estado de equilibrio en un ambiente distribuido, puede asegurar la autenticidad de todas las partes involucradas y así dar el acceso, de otra forma se rompe el enlace y se protege el recurso;

De esta manera se tiene una visión completa de los conocimientos realizados hasta esta década y con el sesgo necesario para la discusión del trabajo y el sustento de lo realizado, a continuación una breve revisión de Juegos Evolutivos.

A.2 TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS

Basado en el artículo de revisión de Sandholm [32]

Como se observa en el Marco Teórico, existen correspondencias entre la teoría de juegos y la teoría evolutiva de juegos, es especial se encuentra el trabajo de Maynard Smith (v. Supra).

Los conceptos de:

PROTOCOLO DE REVISIÓN , describe las opciones (en términos económicos) o nacimientos y muertes (términos biológicos) de un agente, sobre la base de él mismo. Describe tanto lo momentos (timing) como los resultados de las decisiones de los agentes

DINÁMICA EVOLUTIVA DETERMINISTA , es una regla que asigna a los juegos de población ecuaciones diferenciales describiendo el comportamiento evolutivo en un juego y que parte de los protocolos de revisión

JUEGO POBLACIONAL , es una interacción estratégica entre uno o más agentes poblacionales. Cada pago de agente depende de su estrategia y de la distribución de las otras estrategias

DINÁMICA DE REPLICADOR , es una dinámica evolutiva determinística fundamental para juegos (ver tabla 17), bajo esta dinámica, el porcentaje de la tasa de crecimiento. Se identifican con las reglas de selección natural en biología o como un modelo de imitación en economía

ESTADO ESTABLE ESTOCÁSTICO , en modelos evolutivos estocásticos (probabilísticos), que son irreductibles a procesos de Markov, el estado de una población es estocásticamente estable si retienen pesos positivos en la distribución del proceso estacionario mientras el nivel de ruido de las opciones de los agentes se aproximan a cero o el tamaño de la población se aproxima a infinito

La definición formal de estrategia evolutivamente estable (ESS) parte de un juego normal

$$\begin{aligned} G &= \langle N, (\Delta A_i), (u_i) \rangle, \\ u_i &: \Delta A \mapsto \mathbb{R}, \\ A &= \times_{j \in N} \Delta(A_j), \\ N &\in \mathbb{I}^+ \end{aligned}$$

(v. Apéndice A.1 de Teoría de Juegos ecuación (33)).

$$x, y \in \mathcal{X}, \|\mathcal{X}\| = N, N < \infty$$

x y y poblaciones de \mathcal{X} y como parte de una estrategia mixta j, k . Donde A es el conjunto de todas las estrategias posibles (S en teoría de juegos) y G es la matriz de pagos asociada (H en el apéndice) a

cada subconjunto ordenado de x 's y y 's (n 's en el Apéndice anterior), si:

$$x'A((1-\epsilon)x + \epsilon y) > y'A((1-\epsilon)x + \epsilon y), \forall \epsilon \leq \epsilon y, y = x$$

Lo que explica la ecuación, es que la población de agentes que juegan la estrategia mixta i son invadidos por un grupo de mutantes que ejecutan la estrategia j , e implica, que aunque se elija otra opción, no va a superar la ganancia que la población tiene con la opción x .

$$\begin{aligned} x', y' \in A, x \cup x' \cup y \cup y' &= A, \\ x \cap x' &= \emptyset, \\ y \cap y' &= \emptyset \end{aligned}$$

La condición bajo la que esta ecuación (33) se mantiene en su mejor respuesta a la estrategia x sobre y . Lo que se llama estrategia neutralmente estable (NSS) es una manera de representar el equilibrio de Nash para juegos evolutivos:

$$\forall x, y \in A, [x'Ax = y'Ay] \Rightarrow [x'Ay \geq y'Ax]$$

En el caso del juego del Dilema del Prisionero se sabe que la estrategia dominante D (v. Apéndice A.1 de Teoría de Juegos, matriz de pagos del Dilema del Prisionero, la estrategia de no cooperación) es una EEE.

La noción de Smith de EEE intenta capturar la dinámica del proceso de selección natural a través de una definición estática plantea la necesidad de un protocolo de revisión como un mapeo:

$$\rho: \mathbb{R}^n \times \mapsto \mathbb{R}_+^{n \times n}, \rho_{i,j}(\pi, x), \pi = \prod_{i \in A} \pi_i, \pi \in [0, 1]$$

En este caso, la función definida funciona como un disparador de eventos, de acuerdo con el estado que se ingrese, se puede hacer depender del tiempo t y π es un valor aleatorio. Considérese el conjunto de estados (estrategias) A en el juego G y la población χ :

$$\chi^N = \chi \cap \frac{1}{N} A^N = \{x \in \chi: Nx \in A^N\}, N < \infty$$

Esta relación explica, que el conjunto de estados del juego evolutivo es la distribución de estrategias y el estado de cada estrategia. Se establece formalmente que esta evolución conlleva a un proceso Markoviano.

$$M = \{\chi_t^N\}$$

Hablando de forma suelta cada agente en la sociedad es equipado con "un reloj estocástico". Las veces entre que suena el reloj de cambio para cada agente, son independientes y tienen la frecuencia de

acuerdo con la distribución exponencial R . La llamada del reloj (P) le indica al agente el momento de revisar su oportunidad de cambio de estrategia. Si un agente juega la estrategia i

$$P(i, j) = \frac{\rho_{i,j}}{R}, i, j \in A, i \neq j$$

Para los fines del estudio U (H en el Apéndice A.1 de Teoría de Juegos) se observa como un vector de valores continuos F con la siguiente definición:

$$F : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}^N$$

Luego, el escalar $F_i(x)$ representa la ganancia de la estrategia i en la población x (la mezcla de las variables es de Sanholm). $\hat{F}_i(x)$ es, en la definición del campo medio, el valor medio de la estrategia i en la población x , cuando $t \rightarrow \infty$.

A continuación se muestran ejemplos de protocolos de revisión y dinámicas medias en modelos evolutivos.

Protocolo de Revisión	Dinámica Media	Nombre
$\rho_{i,j} = x_j [\pi_j - \pi_i]$	$x'_i = x_i \hat{F}_i(x)$	replicador
$\rho_{i,j} = \frac{e^{\frac{\pi_j}{\eta}}}{\sum_{k \in S} e^{\frac{\pi_k}{\eta}}}$	$x'_i = \frac{e^{\frac{F_i(x)}{\eta}}}{\sum_{k \in S} e^{\frac{F_k(x)}{\eta}}} - x_i$	logit
$\rho_{i,j} = I_{i,j}$	$x'_i = B^F(x) - x$	mejor respuesta
$\rho_{i,j} = [\pi_j - \sum_{k \in S} x_k \pi_k]_+$	$x'_i = [\hat{F}_i(x)]_+ - x_i \sum_{j \in S} [\hat{F}_j(x)]_+$	BNN
$\rho_{i,j} = [\pi_j - \pi_i]_+$	$x'_i = \sum_{j \in S} x_j [F_i(x) - F_j(x)]_+ - x_i \sum_{j \in S} [F_j(x) - F_i(x)]_+$	Smith

Cuadro 17: Lista de protocolos de revisión importantes

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Jean Agras and Duane Chapman. A Dynamic Approach to the Environmental Kuznets Curve Hypothesis. *Ecological Economics*, 28(2):267–277, March 1999.
- [2] Gilbert Ahamer. Game, Not Fight Change Climate Change! *Simulation & Gaming*, 44(2-3):272–301, January 2013.
- [3] Réka Albert and Albert-László Barabási. Statistical Mechanics of Complex Networks. *Reviews of modern physics*, 74(1):47, January 2002.
- [4] R.J. Aumann. *Game Theory*. John Eatwell, Murray Milgate and Peter Newman, Palgrave Macmillan, The New Palgrave: A Dictionary of Economics, EUA, 11a edition, 1987.
- [5] Rueven Cohen and Shlomo Havlin. *Complex Networks Structure, Robustness and Function*. Cambridge University Press, Cambridge, MA, USA, 2nd edition, 2010.
- [6] Luca De Benedictis, Lucia Tajol, and Matias Berthelon. International Trade Networks and Intermediate Inputs. *ELSNIT*, Co2 (F10):20, October 2010.
- [7] Soumyananda Dinda. Environmental Kuznets Curve Hypothesis: A Survey. *Ecological Economics*, 49, 2004.
- [8] Albert Einstein. *Sidelights on Relativity*. Dover Publications, Inc., EUA, 1a edition, 1983.
- [9] Emilio Fontela Montes. *Los Ciclos Económicos en la Economía Moderna*. Editorial Biblioteca Nueva, Madrid, España, 1a edition, 1997.
- [10] Santo Fortunato. Community Detection in Graphs. *Physics Reports*, 486(3):75–174, January 2010.
- [11] García-Valdecasas and José Ignacio. La Estructura Compleja de las Redes Sociales. *Revista Española de Sociología*, 24(1):65–84, April 2015.
- [12] Diego Garlaschelli and Maria I. Loffredo. Fitness-dependent Topological Properties of the World Trade Web. *Physical review letters*, 93(18):188701, October 2004.
- [13] Reyer Gerlagh and Bob van der Zwaan. Gross World Product and Consumption in a Global Warming Model with Endogenous Technological Change. *Resource and Energy Economics*, 25 (1):35–57, February 2003.

- [14] Bastien Girod, Arnim Wiek, Harald Mieg, and Mike Hulme. The Evolution of the Ipcc Emissions Scenarios. *Environmental Science & Policy*, 12(9):103–118, April 2009.
- [15] Steffen Jørgensen, Guimar Martín-Herrán, and Georges Zaccour. Dynamic Games in the Economics and Management of Pollution. *Environmental Modeling & Assessment*, 15(6):433–467, January 2010.
- [16] Burak Kantarci and Vincent Labatut. *Classification of Complex Networks Based on Topological Properties*. IEEE, 2013. Cloud and Green Computing (CGC), 2013 Third International Conference on.
- [17] Klaus Keller, Benjamin M. Bolker, and David F. Bradford. Uncertain Climate Thresholds and Optimal Economic Growth. *Journal of Environmental Economics And Management*, 48(1):723–741, August 2004.
- [18] Donald E. Knuth. Computer Programming as an Art. *Communications of the ACM*, 17(12):667–673, December 1974.
- [19] Simon Kuznets. *Demographic and Economic Change in Developed Countries*. Columbia University Press, EUA, 1a edition, 1960.
- [20] Jae Woo Lee, Seong Eun Maeng, Gyeong-Gyun Ha, Moon Hyeok, and Eun Seong Cho. Applications of Complex Networks on Analysis of World Trade Network. *Journal of Physics: Conference Series*, 410(1):012063, December 2012.
- [21] Irene Lorenzoni, Andrew Jordan, Mike Hulme, R. Kerry Turner, and Tim O’Riordan. A Co-evolutionary Approach to Climate Change Impact Assessment: Part i. Integrating Socioeconomic and Climate Change Scenarios. *Global Environmental Change*, 10, 2000.
- [22] Sheri Markose and Amadeo Alentorn. The Generalized Extreme Value (gev) Distribution, Implied Tail Index and Option Pricing. *The Journal of Derivatives*, 18(3):35–60, April 2011.
- [23] Jerry M. Melillo, Terese (T.C.) Richmond, and Gary W. Yohe. Climate Change Impacts in the United States: The Third National Climate Assessment. *U.S. Global Change Research Program*, 1(1): 1–841, January 2014.
- [24] William D. Nordhaus. An Optimal Transition Path for Controlling Greenhouse Gases. *Science*, 258(1):1315–1319, November 1992.
- [25] Martin A. Nowak and Roger Highfield. *Supercooperadores*. S.A. Ediciones B., Madrid, España, 1a edition, 2012.

- [26] Elinor Ostrom. A Polycentric Approach for Coping with Climate Change. *Annals of Economic and Finance*, 15(1):97–134, May 2014.
- [27] Roger Perman and David I. Stern. Evidence From Panel Unit Root and Cointegration Tests That Environmental Kuznets Curve Does Not Exist. *The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, 47(3):325–347, September 2003.
- [28] Clifford A. Pickover. *El Libro de las Matemáticas*. Librero, Holanda, 1a edition, 2012.
- [29] Daniela Picón. William Blake: Escritura y Lectura Iluminadas. *Revista chilena de literatura*, 1, 2011.
- [30] David Popp. Entice: Endogenous Technological Change in dice Model of Global Warming. *National Bureau of Economical Research (JEL)*, 48(1):742–768, July 2004.
- [31] Michael R. Raupach, Gregg Marland, Philippe Ciais, Corinne Le Quéré, Josep G. Canadelli, Gernot Klepper, and Christopher B. Field. Global and Regional Drivers of Accelerating CO₂ Emissions. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(24):10288–10293, April 2007.
- [32] William H Sandholm. *Evolutionary Game Theory*. Springer, 2009. Artículo de revision.
- [33] Francisco C. Santos, Jorge M. Pacheco, and Tom Lenaerts. Evolutionary Dynamics of Social Dilemmas in Structured Heterogeneous Populations. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 103(9):3490–3494, December 2005.
- [34] Stefano Schiavo, Javier Reyes, and Giorgio Fagiolo. International Trade and Financial Integration: a Weighted Network Analysis. *Quantitative Finance*, 10(4):389–399, October 2010.
- [35] Stephen B Seidman and Brian L Foster. A Graph-theoretic Generalization of the Clique Concept*. *Journal of Mathematical sociology*, 6(1):139–154, August 1978.
- [36] Ma. Ángeles Serrano and Marián Boguñá. Topology of World Trade Web. *Physical Review E*, 68(1):015101, January 2003.
- [37] Ma. Ángeles Serrano, Marián Boguñá, and Alessandro Vespignani. Patterns of Dominant Flows in the World Trade Web. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 2(2):111–124, December 2007.
- [38] Peiteng Shi, Jiang Zhang, Bo Yang, and Jinfeo Luo. Hierarchical of Trade Flow Network Reveals Complexity of Products. *PLoS one*, 9(6):e98247, June 2014.

- [39] Duncan Snidal. Coordination versus Prisonner's Dilemma: Implications for International Cooperation and Regimes. *American Political Science Review*, 79(04):923–942, December 1985.
- [40] Leigh Tesfatsion. A Trade Network Game with Endogenous Partner Selection. *Advances in Computational Economics*, 6(2047):249–269, January 1996.
- [41] Wei Wei and Gang Liu. Bringing Order to the World Trade Network. *International Conference on Economics Marketing and Management (IPEMR)*, 28(1):88–92, December 2012.

Coordinación de Certificación y Registro

UACM
Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

Nada Humano me es ajeno

DECLARACIÓN

Para obtener el grado de maestro en Ciencias de la Complejidad.

México D.F., Agosto 2015

Jesús E. Cruz Mtz., 19 de
abril de 2016